

ФОРМИРОВАНИЕ ЭСТЕТИКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ НА ПРИМЕРЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ КРИВЫХ

Е.А. Добрина

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина
(Елец, Россия)

***Аннотация.** В данной статье рассматривается понятие эстетического потенциала в математике, а также его составляющие – внутренняя и внешняя эстетика. К внутренней эстетике отнесем значение алгебраических формул, геометрических теорем, алгебраических методов, числовых и буквенных выражений, эстетику овладения математическим познанием.*

Внешняя эстетика вбирает в себя изящество геометрических форм, а также красоту аналитической записи. Эстетика геометрических форм прекрасно показывает красоту геометрических построений, узоров, объемных тел, сечений правильных n -угольников и т.д.

Мы также предлагаем конкретные математические определения понятий, которые будут способствовать формированию эстетического потенциала учащихся при знакомстве с объектами разделов аналитической геометрии. Помимо рассмотрения определенных понятий мы дополняем материал увлекательными ретроспективными ссылками и документальными сведениями. Они, в свою очередь, не только развивают эстетический потенциал студентов, но и помогают в формировании познавательного интереса.

Базовыми понятиями аналитической геометрии при формировании эстетики геометрических форм нам послужили различные кривые второго и высших порядков. Например, гиперболу, параболу, кардиоиду, кохлеоиду, астроиду, лемнискату Бернулли, циссоиду, конхоиду Никомеда и многие другие. Мы взяли в рассмотрение следующие кривые: локон Аньези, конхоида Никомеда, овал Кассини, розы, спирали.

***Ключевые слова:** эстетический потенциал учащихся, эстетика геометрических форм, аналитическая геометрия, кривые высших порядков, лемниската Бернулли, декартов лист, розы, спирали.*

SHAPING THE AESTHETICS OF GEOMETRIC SHAPES USING THE EXAMPLE OF REMARKABLE CURVES

E.A. Dobrina

Bunin Yelets State University
(Yelets, Russia)

***Abstract.** This article examines the concept of aesthetic potential in mathematics, as well as its components – internal and external aesthetics. The inner aesthetics include the meaning of algebraic formulas, geometric theorems, algebraic methods, numerical and alphabetic expressions, and the aesthetics of mastering mathematical cognition. The external aesthetics absorbs the elegance of geometric shapes, as well as the beauty of analytical writing. The aesthetics of*

geometric shapes perfectly shows the beauty of geometric structures, patterns, three-dimensional bodies, sections of regular n -gons, etc. We also offer specific mathematical definitions of concepts that will contribute to the formation of aesthetic potential of students when they get acquainted with the objects of analytical geometry sections. In addition to reviewing certain concepts, we supplement the material with fascinating retrospective references and documentary information. They, in turn, not only develop the aesthetic potential of students, but also help in the formation of cognitive interest. Various curves of the second and higher orders served as the basic concepts of analytical geometry in shaping the aesthetics of geometric shapes. For example, hyperbola, parabola, cardioid, cochleoid, astroid, Bernoulli lemniscate, cissoid, Nicomedes conchoid and many others. We took into consideration the following curves: Agnesi's curl, Nicomedes' conchoid, Cassini's oval, roses, spirals.

Keywords: *aesthetic potential of students, aesthetics of geometric shapes, analytical geometry, higher-order curves, Bernoulli lemniscate, Cartesian leaf, roses, spirals.*

В рамках изучения дисциплины «Математика» на втором курсе технических специальностей института среднего профессионального образования Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина рассматривается раздел, который называется аналитическая геометрия.

Аналитическая геометрия – это такой раздел геометрии, где определенные геометрические объекты (например, кривые высших порядков) рассматриваются с помощью средств алгебры. Причем, в аналитической геометрии активно используется метод координат (чаще используется полярная система координат).

Раскрыть эстетический потенциал на уроках математики является довольно сложной задачей, потому что в сознании многих людей эстетичное воспринимается в его привычном понимании. Например, классические виды искусства (живопись, графика, скульптура, театральные постановки, балет, вокал, музыка и т.д.) – это первые ассоциации, которые приходят на ум при упоминании об эстетике. Увлекательный математический раздел «Аналитическая геометрия» является прекрасным помощником в раскрытии эстетического потенциала.

В современных литературных источниках можно найти большое количество определений понятия эстетического потенциала. Мы за основу взяли понятие, которое предлагает М.П. Соловьева. Она считает, что эстетический потенциал в математике есть не что иное, как огромные перспективы эстетической направленности. Они, в свою очередь, дают ученику ощущение чувства гармонии. Обычно студент может охарактеризовать математический объект по типу «нравится-не нравится» и получить удовлетворение от конкретных образов. А, в действительности, это такое чувство, когда студент наделяется особым вкусом к математике.

Эстетический потенциал содержит два важных определяющих компонента: 1) внутренний и 2) внешний.

Первый компонент есть математический аппарат. Он нужен постоянно, ведь без него нельзя изучить ни одного математического понятия и объекта. Математический аппарат относится к формальной красоте. Она, в свою очередь, воспринимается ощущениями и приносит большое наслаждение взору.

Внутренний компонент эстетики охватывает еще значения числовых и буквенных выражений, формул, аксиом, теорем и т.д.

Внешняя эстетика (второй компонент) – красота образов в геометрии. Сюда же можно отнести и аналитические записи. Этот компонент направлен на демонстрацию изящества

геометрических объектов, различных орнаментов, объемных фигур (призм, пирамид и других пространственных тел).

Красоту аналитической записи легко можно проследить в примерах, содержащих буквенный аппарат, и, конечно же, в формулах. Еще ее можно увидеть в оформлении решений к геометрическим задачам, когда требуется нарисовать чертеж.

Замечательные кривые являются частью внешней эстетики. Эстетический эффект этих кривых усиливался еще больше, когда для каждой кривой мы приводим необычные и интересные исторические факты.

Сначала на занятии мы знакомим студентов с элементарными линиями – гиперболой, эллипсом, параболой. Это кривые второго порядка. Затем мы рассмотрели свойства этих кривых, после чего плавно перешли к изображению линий высших степеней – третьей и четвертой. Сюда можно отнести: два вида роз (трехлепестковая и четырехлепестковая), кохлеоиду, циссоиду, декартов лист, локон Аньези, лемнискату Бернулли, спирали и ряд других линий.

Приведем лишь некоторые виды кривых высших порядков

1. Лемниската Бернулли

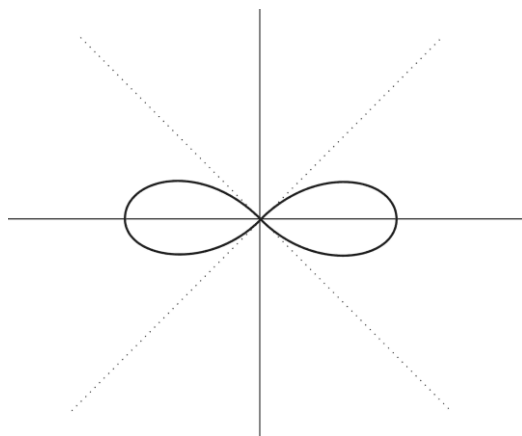


Рис.1

Историческая справка. Лемниската Бернулли, кривая впервые была упомянута в статье Я. Бернулли, которая была опубликована еще в семнадцатом веке (1694 год). Эта кривая идентична лежащей восьмерке. Еще ее можно сравнить с символом бесконечности или бантиком. Любопытно отметить, что в Древнем Риме эта необычная кривая являлась символом-бантиком, который применялся в качестве фиксации венка к виску победоносца на богатырских состязаниях. Вполне может быть, что именно эта ситуация и воодушевила швейцарского ученого Бернулли присвоить этой линии такое возвышенное название, потому что в переводе с латыни *lemniskata* есть не что иное как «украшение лентами». А вот площадь, ограниченную бантиком, посчитал в 1750 году Фаньяно. В настоящее время выполнить это задание не составляет особого труда. Просто в то время математики не умели рассчитывать квадратуру кривой, имеющей несколько частей. Фаньяно был в восторге от своего достижения и расположил изображение лемнискаты на титульном листе своей публикации с заглавием «Измерена многократным делением».

2. Декартов лист

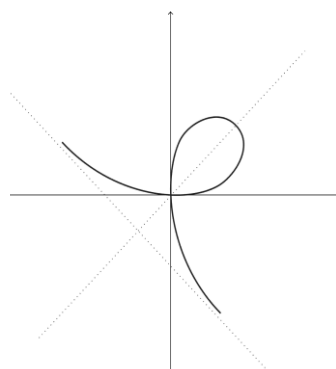


Рис. 2

Историческая справка. Установлено, что первоначально эта линия была обнаружена в 1638 г. у Рене Декарта, когда он обращался в письме к Ферма. Декарт именовал эту замечательную кривую листом. Следует отметить, что математики в то время не пользовались отрицательными координатами и строили только ту часть графика, который попадал исключительно в первую координатную четверть. Спустя некоторое время стали понимать, что во всех четырех квадрантах системы координат Декартов лист изображается абсолютно также, как и в первой четверти. А Роберваль величал эту кривую «подснежником» (на латинском “le galant”).

3. Розы

Таблица 1

Формула задания кривой (розы) в зависимости от количества лепестков	Как изображается кривая
$\rho = a \sin 3\varphi,$	
$\rho = a \sin 2\varphi,$	

$\rho = a \sin(5\varphi/3)$	
$\rho = a \sin(4\varphi/3)$	
$\rho = a \sin(\varphi/2)$	
$\rho = a \sin(\varphi/3)$	

Историческая справка. Несомненно, розы – самые запоминающиеся и самые изящные линии. В некоторых источниках им дают другое название – розовидными кривые или кривые Гранди. Необычна и история открытия этих кривых. Самым первым их построил Флорентийский монах. Его звали Гранди, поэтому розы названы по его имени. О них он впервые поведал Лейбницу, когда писал ему письмо. Это было в 1713 году. Но первая статья о розах увидела свет в 1723 году. В первом издании книги «Геометрия цветов» были досконально исследованы эти замечательные линии. Монах из Флоренции определил графики, лежащие на плоскости, как «розовидные», а те, что смеют округлую форму, именовал «кклеиями». В то время жила очень интеллектуальная и грациозная дама – княгиня Клелия Борроми. В честь нее Гранди переименовал эти изображения кривых в «кклеии».

Ученый также задал формулировку, описал тему зеркальности, количества лепестков, квадратуру этих «цветочных графиков». Уравнения розовидных кривых в декартовых координатах открыл Ридольфи в первой половине девятнадцатого века.

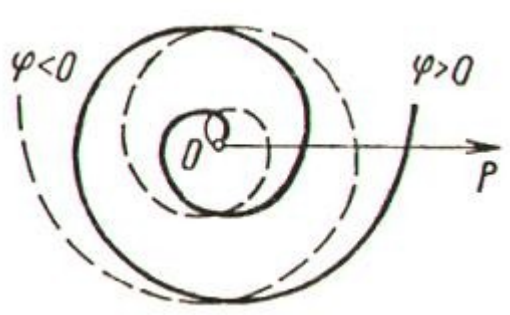
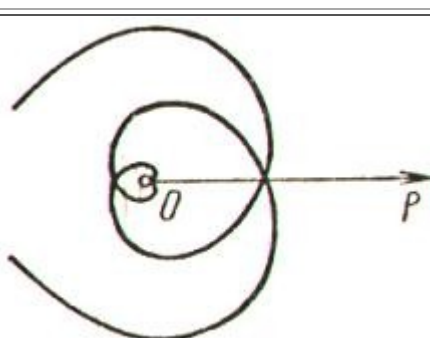
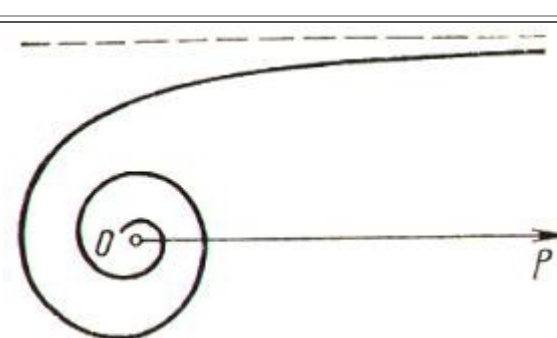
В итоге: «клелии» – это огромное семейство кривых.

Задаются они следующим образом:

$\rho = a \sin r\varphi$, $\rho = a \cos r\varphi$, где a и r - положительные постоянные.

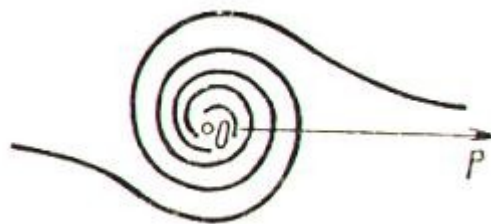
4. Спирали

Таблица 2

Формула задания кривой	Как изображается кривая
$\rho = a\varphi$, спираль Архимеда	 The diagram shows an Archimedean spiral starting from the origin O and winding outwards. The horizontal axis is labeled ρ. Two dashed lines represent the spiral for negative and positive angles, labeled φ < 0 and φ > 0 respectively.
$\rho = a\varphi^2 - l$, $l \geq 0$, спираль Галилея	 The diagram shows a Galilei spiral starting from the origin O. The curve is symmetric about the horizontal axis, which is labeled ρ. It forms a series of loops that increase in size as they move away from the origin.
$\rho = a/\varphi$, спираль гиперболическая	 The diagram shows a hyperbolic spiral starting from the origin O and winding outwards. The curve approaches a horizontal dashed line as ρ increases. The horizontal axis is labeled ρ.

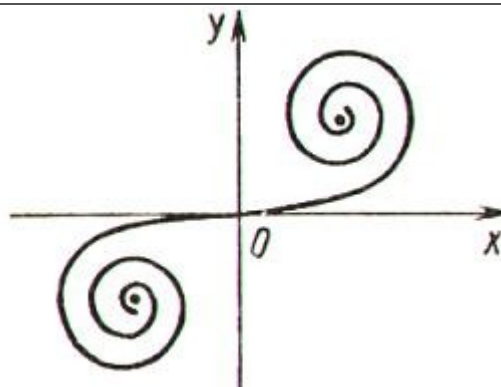
$$\rho = a\sqrt{\varphi},$$

спираль "жезл"



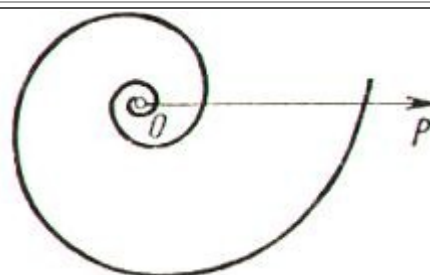
$$\begin{cases} x = a \int_0^t \cos \frac{\pi u^2}{2} du, \\ y = a \int_0^t \sin \frac{\pi u^2}{2} du, \end{cases}$$

спираль Корню (клофоида)



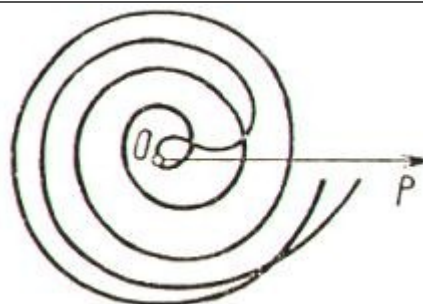
$$\rho = a^\varphi, \quad a > 0,$$

спираль логарифмическая



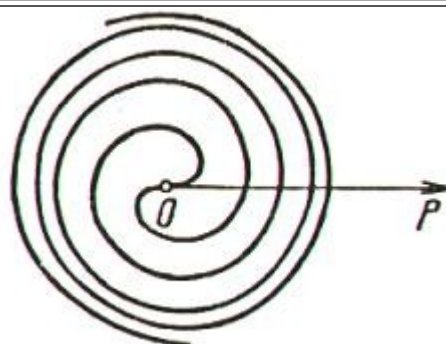
$$\rho = a\sqrt{\varphi + l}, \quad l > 0,$$

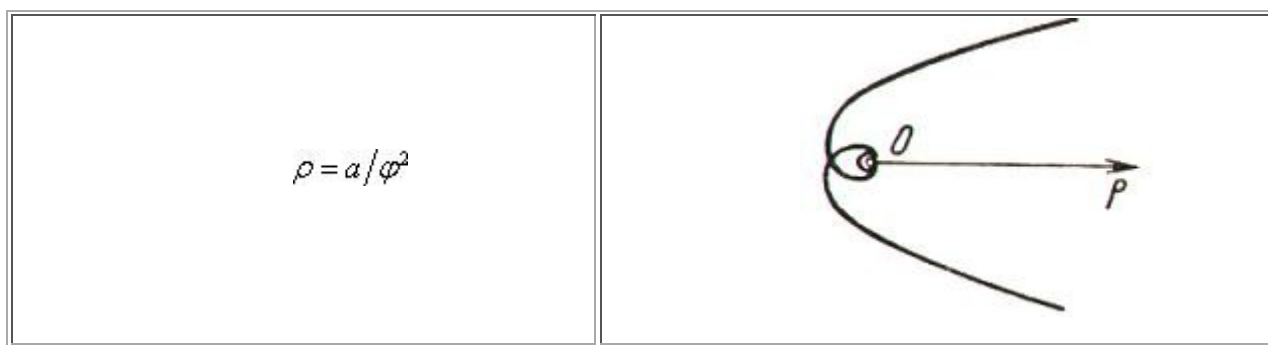
спираль параболическая



$$\rho = a\sqrt{\varphi},$$

спираль Ферми





На основании вышеизложенного, самыми решающими сторонами эстетического потенциала при рассмотрении математических объектов считаются эстетика познавательной деятельности и яркие впечатления учащегося. Незабываемые эмоции обычно рождаются у студентов от успешного овладения математическими навыками и умениями, а также от конечного результата, обретенного в ходе выполнения того или иного задания.

Изящные, необычные графики не оставили равнодушными никого из студентов. Все изображения этих прекрасных линий (их еще называют часто во многих учебниках по аналитической геометрии замечательными кривыми) содержат в себе огромнейшие эстетические возможности. А они, по нашему мнению, прекрасно справляются не только с проблемой раскрытия эстетического потенциала студентов на уроках математики, но и с развитием познавательного интереса к математическим дисциплинам в целом.

Список источников

1. Гусева Г.С. Теоретические и методологические основы раскрытия эстетического потенциала школьной математики при обучении в 5-6 классах / Г.С. Гусева. – Арзамас, 1999. – 212 с.
2. Добрина Е.А. Замечательные кривые: учебное пособие / Е.А. Добрина, О.А. Саввина. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. – 74 с.
3. Добрина Е.А. Кривые на плоскости и поверхности в пространстве: учебное пособие / Е.А. Добрина, Р.А. Мельников – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012. – 128 с.
4. Добрина Е.А. Эстетический потенциал кривых высших порядков на уроках математики. Теоретические и прикладные аспекты естественно-научного образования в эпоху цифрофизации. Сборник статей международной научно-практической конференции / Е.А. Добрина, В.В. Перцев – Брянск, 2023. – С. 212-215.
5. Соловьева М. П. Эстетический потенциал школьного курса математики // Известия Пензенского государственного университета им. В.Г. Белинского. – 2010. – №18. – С.234-237.
6. Шакуров Р.Х. Эмоция. Личность. Деятельность (механизмы психодинамики) / Р.Х. Шакуров. – Казань: Центр инновационных технологий, 2001. – 176 с.

References

1. Guseva G.S. Theoretical and methodological foundations of revealing the aesthetic potential of school mathematics in teaching in grades 5-6 / G.S. Guseva. Arzamas, 1999. 212 p.
2. Dobrina E.A. Remarkable curves: a textbook / E.A. Dobrina, O.A. Savvina. Yelets: I.A. Bunin YSU, 2020, 74 p.
3. Dobrina E.A. Curves on a plane and surfaces in space: a textbook / E.A. Dobrina, R.A. Melnikov – Yelets: I.A. Bunin YSU, 2012. – 128 s.
4. Dobrina E.A. The aesthetic potential of higher-order curves in mathematics lessons. Theoretical and applied aspects of natural science education in the era of digitalization. Collection

of articles of the international scientific and practical conference / E.A. Dobrina, V.V. Pertsev - Bryansk, 2023. pp. 212-215.

5. Solovyova M. P. The aesthetic potential of the school mathematics course / Proceedings of the Penza State University named after V.G. Belinsky, No. 18, 2010. pp.234-237

6. Shakurov R.H. Emotion. Personality. Activity (mechanisms of psychodynamics) / R.H. Shakurov. Kazan: Center for Innovative Technologies, 2001. 176 p.