



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.04.04 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Компьютерное моделирование экономических процессов

Квалификация (степень): *бакалавр*

Форма обучения: *очная,*

Институт: математики, естествознания и техники

Кафедра: математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3		
Семестр/триместр	5,6		

Лекции	36		
Лабораторные занятия	18		
Практические (семинарские) занятия	18		
Консультации	2		
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет - 0,2 Экзамен - 0,3		
Контроль	27		
Иные формы работы	—		
Самостоятельная работа	114,5		

Всего часов: 216

Трудоемкость: 6 зачетных единиц.

Разработчик рабочей программы:

доктор педагогических наук, доцент С.Н. Дворяткина

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель изучения дисциплины: ознакомление со стохастическим подходом описания обширного класса реальных явлений, не укладывающихся в рамки детерминистических конструкций, углубление математической подготовки студентов, направленное на формирование прочных теоретических знаний и практических навыков в области теории вероятностей и математической статистики.

Задачи изучения дисциплины:

- 1) раскрыть студентам мировоззренческое значение науки о случайном, углубить их представления о роли и месте математики в изучении окружающего мира;
- 2) дать студентам необходимые вероятностно-статистические знания, сформировать умения, необходимые для глубокого овладения содержанием дисциплины;
- 3) показать возможность применения стохастического материала к решению прикладных задач, возникающих в экономической деятельности;
- 4) развивать вероятностный стиль мышления;
- 5) способствовать подготовке к ведению исследовательской деятельности (в частности, для написания курсовой и выпускной квалификационной работ) в сфере экономики, использующей вероятностно-статистические методы, созданию и использованию вероятностных моделей процессов и объектов, разработке эффективных стохастических методов решения профессиональных задач;
- 6) развивать умение самостоятельной работы с учебными пособиями и другой научной и математической литературой.

Место дисциплины в структуре ОПОП: реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (модули).

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1	Знать: - факты, концепции, принципы теорий, связанные с прикладной математикой и информатикой;	Знает: - различные аспекты понятия вероятности, аксиоматику Колмогорова; определение условной вероятности, зависимых, независимых событий, формулировки теорем умножения событий, их следствия; схемы независимых испытаний; - понятие случайной величины, индикатора событий, закон распределения и его виды, основные числовые характеристики случайных величин в конечной схеме; понятия функции распределения, плотности распределения и их свойства, виды абсолютно непрерывных распределений, понятие математического ожидания как интеграла Лебега, основные свойства и формулы для его вычисления, общую теорию условных математических ожиданий;

		<ul style="list-style-type: none"> - основные теоремы закона больших чисел и усиленного закона больших чисел; - основные способы оценки параметров распределения, достаточные статистики, эффективные оценки, методы нахождения оценок; основные положения по интервальному оцениванию параметров распределения; методы построения наиболее мощных критериев (метод отношения правдоподобия); - основные понятия, относящиеся к статистическим гипотезам, критерии проверки гипотез; - основные положения корреляционного и регрессионного анализа.
	Уметь: <ul style="list-style-type: none"> - разрабатывать алгоритмы, вычислительные модели и модели данных для решения научно-исследовательских задач; 	Умеет: <ul style="list-style-type: none"> - решать вероятностные задачи на определение неизвестной вероятности события, на аксиомы сложения вероятностей; - применять теоремы умножения и их следствия; - грамотно использовать предельные теоремы в конкретных реальных испытаниях; - составлять законы распределения случайной величины, вычислять основные числовые характеристики случайной величины; - использовать теоремы ЗБЧ и УЗБЧ в реальных ситуациях; - решать задачи на нахождение функции распределения и плотности распределения, использовать известные непрерывные распределения для решения реальных задач; - вычислять числовые характеристики; решать задачи точечного оценивания; - применять метод моментов и максимального правдоподобия для нахождения точечных оценок; - решать классические задачи интервального оценивания для параметров нормального распределения; - осуществлять проверку гипотез с использованием параметрических и непараметрических критериев; - составлять эмпирические уравнения регрессии, оценивать параметры уравнения регрессии методом наименьших квадратов, проверять качество уравнения регрессии.
	Владеть: <ul style="list-style-type: none"> - навыками применения математического аппарата для решения научно-исследовательских задач. 	Владеет <ul style="list-style-type: none"> навыками применения методов вероятностно-статистического моделирования для анализа задач экономики и управления; использованию статистических методов в управленческой и финансовой деятельности.

II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	Раздел 1. Элементы теории вероятностей	107,7	18	18		71,8
1.	Тема 1. Случайные события и их вероятности	26	8	8		10
2.	Тема 2. Случайные величины и функции распределения	46	8	8		30
3.	Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей	35,8	2	2		31,8
4	<i>Зачет</i>	<i>0,2</i>				
5	<i>Итого за 5 семестр</i>	<i>108</i>	<i>18</i>	<i>18</i>		<i>71,8</i>
6	Раздел 2. Элементы математической статистики	78,7	18		18	42,7
7	Тема 4. Первичная обработка статистических данных.	16	4		4	8
8	Тема 5. Точечное и интервальное оценивание	22	6		4	12
9	Тема 6. Проверка статистических гипотез.	16	4		4	8
10	Тема 7. Корреляционный и регрессионный анализ	24,7	4		6	14,7
11	<i>Экзамен</i>	<i>0,3</i>				
12	<i>Консультации</i>	<i>2</i>				
13	<i>Контроль</i>	<i>27</i>				
14	<i>Итого за 6 семестр</i>	<i>108</i>	<i>18</i>		<i>18</i>	<i>42,7</i>
15	ИТОГО:	216	36	18	18	114,5

III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы или теста.

Типовой вариант контрольной работы (5 семестр)

1. В автосалоне на продажу выставлено 9 автомобилей марки “CITROEN”, 5 автомобилей марки “PEOGOET” и 3 автомобиля марки “RENAULT”. В течение дня продано 4 автомобиля. Найти вероятность того, что среди проданных хотя бы один марки “CITROEN”.

2. На мост сбрасываются 3 авиационные бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если для этого необходимо сбросить на него: а) все три бомбы; б) только одну бомбу; в) не менее двух.

3. В первой урне 10 деталей, из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная?

4. В страховом обществе застраховано 1000 лиц одного возраста и одной социальной группы. Вероятность смерти в течение года для каждого лица равна 0,006. Каждый застрахованный вносит 1 января 150 рублей страховых, и в случае смерти его родственники получают от общества 1200 рублей. Чему равна вероятность того, что а) общество потерпит убытки; б) получит прибыль, не меньшую 40000 рублей?

5. Сделано 2 высоко рискованных вклада: 20 млн. в компанию А и 18 млн. в компанию В. Компания А обещает 40% годовых, но может обанкротиться с вероятностью 0,3. Компания В обещает 30% годовых, но может обанкротиться с вероятностью 0,2. Составить закон распределения случайной величины ξ - суммы вкладов, полученных от двух компаний через год. Найти $E\xi$, $D\xi$.

6. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины ξ . Требуется: 1. Определить коэффициент А; 2. Найти $E\xi$; 3. Найти $P(\alpha < \xi < \beta)$,

$$\text{если } p(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ A(x+1), & 2 \leq x \leq 4, \alpha=3, \beta=3,5. \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Типовой вариант теста (6 семестр)

1. В таблице дискретного статистического распределения, построенного по выборке, отсутствует одна цифра. Это цифра

x_j	10	25	32	74
p_j	0,31	0,29	0,х5	0,15

А) $x=1$

Б) $x=2$

В) $x=0$

Г) $x=3$

2. Дан интервальный ряд статистического распределение выборки:

x_j	-1-0	0-1	1-2	2-3
n_j	30	70	80	20

Медиана выборки равна

- А) 1,5
- Б) 0,5
- В) 1
- С) 2

3. В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором получены следующие результаты: 8, 9, 11, 12. Выборочное среднее, выборочная дисперсия σ^2 и исправленная дисперсия S^2 равны:

- А) 9; 2,5; 3,(3)
- Б) 10; 25; 5
- В) 10; 25; 5
- В) 9; 25; 5

4. Дана выборка объема n : x_1, x_2, \dots, x_n . Исправленная дисперсия находится по следующей формуле:

- А) $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2$
- Б) $S^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i$
- В) $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
- Г) $S^2 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

5. Дана выборка объема n : x_1, x_2, \dots, x_n . Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, то выборочное среднее

- А) увеличится в 5 раз;
- Б) уменьшится в 5;
- В) не изменится;
- Г) увеличится на 5.

6. Оценкой генеральной средней нормально распределенного признака при известном стандартном отклонении будет интервал:

- А) $\bar{x} - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$;
- Б) $\bar{x} - u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;
- В) $\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

$$\Gamma) \bar{x} - t_{1-\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

7. Рассматривается интервальная оценка генеральной средней в нормальном распределении. Длина интервала меньше при одном и том же уровне доверия в случае

- А) не зависит от объема выборки;
- Б) при меньшем объеме выборке;
- В) при большем объеме выборке;
- Г) не зависит от объема выборки, а зависит от исправленной дисперсии выборки.

8. Статистика $K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$, используемая в процедуре проверки гипотез о виде распределения, имеет распределение

- А) Фишера -Снекедора
- Б) $N(0;1)$
- В) t-Стьюдента
- Г) χ^2 -Пирсона

9. Гипотеза о равенстве средних, при условии нормального распределения признака, проверяется:

- А) по χ^2 -критерию;
- Б) по критерию Бартлетта;
- В) методом дисперсионного анализа;
- Г) по t-критерию Стьюдента.

10. Имеется две генеральные совокупности. Для исследования их дисперсий из каждой из них произведена выборка, объемом n_1 и n_2 соответственно. При проверке нулевой гипотезы, состоящей в том, что $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, для уровня значимости α используется статистика

- А) $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$, S_1^2 , S_2^2 – выборочные дисперсии для первой и второй выборки;
- Б) $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$, S^2 – сумма квадратов отклонений по обеим выборкам, имеющая распределение χ^2_{n-1} ;
- В) $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$, S_1^2 , S_2^2 – исправленные выборочные дисперсии ;
- Г) $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$, S^2 - исправленная выборочная дисперсия.

11. При исследовании корреляционной зависимости по данным 100 предприятий между капиталовложениями X (млн. руб.) и выпуском продукции Y (млн. руб.) получены следующие уравнения регрессии: $y=1,2x+2$ и $x=0,6y+2$. Для аналогичных предприятий среднее значение для необходимого капиталовложения, чтобы получить выпуск продукции в 1 млн.руб., составляет

- А) 3,6 млн.руб.;
- Б) 3,2 млн.руб.;
- В) 2,2 млн.руб.;
- Г) 2,6 млн.руб.

12. Задана корреляционная таблица

Y/X	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
1-3	4				
3-6		3	1	1	
6-9		1	4	5	2
9-12				1	7
12-15					1

Наиболее правдоподобное соотношение между X и Y

- А) $r=1$; Б) $r>0$; В) $r=0$; Г) $r=-1$.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета и экзамена с использованием следующих оценочных материалов: вопросы к зачету, экзамену.

Вопросы к зачету (5 семестр, очная форма обучения)

- 1) Пространство элементарных событий. Алгебра событий.
- 2) Равновозможные исходы. Классическое определение вероятности.
- 3) Применение элементов комбинаторики к подсчету вероятностей.
- 4) Геометрическая вероятность.
- 5) Статистическая вероятность.
- 6) Аксиоматика теории вероятностей.
- 7) Равносильность расширенной аксиомы сложения и аксиомы непрерывности.
- 8) Условные вероятности. Теорема умножения.
- 9) Независимость событий.
- 10) Формула полной вероятности, формулы Байеса.
- 11) Независимые испытания. Схема Бернулли.
- 12) Независимые испытания. Схема Пуассона.
- 13) Локальная теорема Муавра-Лапласа.
- 14) Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
- 15) Приложения интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

- 16) Случайные величины. Индикаторы. Закон распределения случайной величины.
- 17) Примеры законов распределения дискретных случайных величин.
- 18) Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
- 19) Числовые характеристики дискретных случайных величин. Моменты. Дисперсия. Стандартное отклонение.
- 20) Многомерные законы распределения. Независимость дискретных случайных величин.
- 21) Непрерывные случайные величины. Функция распределения.
- 22) Плотность распределения вероятностей случайной величины и ее свойства.
- 23) Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
- 24) Нормальное распределение.
- 25) Показательное распределение.
- 26) Равномерное распределение.
- 27) Системы случайных величин. Функция распределения системы случайных величин.
- 28) Плотность вероятности системы случайных величин.
- 29) Зависимые и независимые случайные величины.
- 30) Моменты, математическое ожидание, дисперсия системы случайных величин.
- 31) Корреляция и ковариация системы случайных величин.
- 32) Правило трех сигм.
- 33) Предельные теоремы: неравенство Чебышева.
- 34) Предельные теоремы: теорема Чебышева.
- 35) Закон больших чисел. Теорема Хинчина, теорема Бернулли
- 36) Усиленный закон больших чисел.

Вопросы к экзамену (6 семестр, очная форма обучения)

1. Предмет математической статистики, задачи статистики. Предварительная обработка выборки.
2. Точечные оценки параметров распределения.
3. Требования, предъявляемые к оценкам параметров: несмещенность, состоятельность.
4. Требования, предъявляемые к оценкам параметров: эффективность.
5. Достаточные статистики.
6. Критерий факторизации.
7. Улучшение несмещенных оценок.
8. Методы получения оценок: метод моментов.
9. Методы получения оценок: метод максимального правдоподобия.
10. Сущность задачи интервального оценивания. Коэффициент доверия.
11. Доверительный интервал для математического ожидания при известном σ .
12. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном σ .

13. Доверительный интервал для дисперсии.
14. Статистические гипотезы. Общие понятия. Методики проверки.
15. Проверка гипотез о сравнении с эталоном.
16. Проверка гипотезы о законе распределения. Критерий χ^2 .
17. Задачи регрессионного и корреляционного анализа.
18. Введение в регрессионный анализ. Модельные уравнения регрессии.
19. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов.
20. Коэффициент корреляции. Эмпирический коэффициент корреляции.
21. Свойства коэффициента корреляции.
22. Проверка гипотез о значимости коэффициента корреляции.
23. Оценка точности нахождения оценок коэффициентов линейного уравнения регрессии.

IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Основная литература

1. Кибзун, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами / А.И. Кибзун, Е.Р. Горяинова, А.В. Наумов ; ред. А.И. Кибзун. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Физматлит, 2007. – 232 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69320> (дата обращения: 13.08.2020). – ISBN 978-5-9221-0836-2. – Текст : электронный.
2. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. – Москва : Юнити, 2015. – 352 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721> (дата обращения: 13.08.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 5-238-00560-1. – Текст : электронный.

4.2. Дополнительная литература

1. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. – 3-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173> (дата обращения: 13.08.2020). – Библиогр.: с. 433-434. – ISBN 978-5-394-03595-1. – Текст : электронный.
2. Монсик, В. Б. Вероятность и статистика : учебное пособие / В. Б. Монсик, А. А. Скрынников. – 4-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. – 382 с. – ISBN 978-5-00101-858-2. – Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/6463.html>

V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	http://mathedu.ru	Математическое образование: прошлое и настоящее (сайт с ЭБ, включающей дореволюционные источники, литературу советского периода)	Свободный доступ.
2	http://www.iprbookshop.ru/	Электронно-библиотечная система (ЭБС)	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
3.	http://www.exponenta.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
4.	http://www.matclub.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
5.	http://www.fismat.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
6.	http://www.mathnet.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
7.	http://www.krugosvet.ru	Электронная энциклопедия, в которой представлен материал по основным математическим терминам, а также биографические данные об известных математиках.	Свободный доступ
9.	http://ilib.mccme.ru	ЭБ с книгами по математике.	Свободный доступ.

VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

№ пп	Ссылка на информационный ре- сурс	Наименование разработки в элек- тронной форме	Доступность
1.	http://www.biblioclub.ru	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека он- лайн	Регистрация через любой университетский компь- ютер. В дальнейшем предо- ставляется неограничен- ный индивидуальный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	www.garant.ru	Информационно-правовой портал	Свободный доступ
3.	www.elibrary.ru	Российский информационный пор- тал в области науки, технологии, медицины и образования	Свободный доступ
4.	www.consultant.ru	Российская компьютерная справоч- но-правовая система	Свободный доступ

VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Лабораторные занятия, групповые и индивидуальные консультации, текущая и промежуточная аттестации проводятся в специализированных компьютерных классах. Перечень основного оборудования: автоматизированные рабочие места с компьютерами, программное обеспечение общего и профессионального назначения.

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.