ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И.А. БУНИНА

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор института математики, естествознания и техники
__________ /Н.В.Черноусова/

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.04.03 Методы оптимизации

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль): Моделирование и цифровизация социально-экономических систем
Квалификация (степень): *бакалавр*
Форма обучения: *очная*
Институт: математики, естествознания и техники
Кафедра: математики и методики её преподавания

	очная форма	**очно-заочная форма**	**заочная форма**
Курс	**2**		
Семестр/триместр	**3**		

Лекции	**18**		
Лабораторные занятия	**18**		
Практические (семинарские) занятия	**36**		
в т. ч. практическая подготовка	**-**		
Форма(ы) промежуточной аттестации	**Зачет с оценкой**		
Контроль	**-**		
Иные формы работы	**-**		
Самостоятельная работа	**72**		

Всего часов: 144
Трудоемкость: 4 зачетных единицы

Разработчик рабочей программы: кандидат пед. наук, доцент Р.А. Мельников

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель изучения дисциплины: ознакомить обучающихся с основами современных методов оптимизации.

Задачи изучения дисциплины:

1) формирование представлений о моделях в математическом программировании;

2) изучение основ теории оптимизации и основных методов решения задач математического программирования.

Место дисциплины в структуре ОПОП: реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (модули).

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3	Знать: - основы дискретной математики, численных методов, теории вероятностей и математической статистики, методы оптимизации и оптимального управления.	Знает: – ключевые понятия и методы решения задач оптимизационных задач математического программирования.
	Уметь: - адаптировать стандартные математические модели к решению конкретных научно-исследовательских задач.	Умеет: – составлять вычислительные модели оптимизации при решении научно-исследовательских задач.
	Владеть: - методами математического, информационного и имитационного моделирования по тематике выполняемых научных исследований.	Владеет: – основными приемами оптимизации решений научно-исследовательских задач.

II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ
с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	

	Раздел 1. Введение	**32**	**4**	**8**	**8**	**16**
1.	Тема 1. Основные понятия. Простейшие задачи ЛП. Примеры текстовых задач, приводящих к задачам ЛП. Задача об использовании сырья. Задача о составлении рациона. Замена неравенств уравнениями. Общая задача линейного программирования. Каноническая задача ЛП. Выпуклые множества.	16	2	4	2	8
2.	Тема 2. Графический метод решения задачи линейного программирования. Сведение задачи ЛП с количеством переменных, большим двух, к задаче, решаемой графическим методом.	16	2	4	2	8
	Раздел II. Симплекс-метод	**32**	**4**	**8**	**8**	**16**
3.	Тема 3. Основные понятия, связанные с симплекс-методом решения задач ЛП: базисные и свободные переменные, начальный допустимый вектор, смена базиса, разрешающий элемент.	16	2	4	2	8
4.	Тема 4. Решение задачи об использовании сырья симплекс-методом. Метод искусственного базиса.	16	2	4	2	8
	Раздел III. Двойственность в линейном программировании	**32**	**4**	**8**	**8**	**16**
5	Тема 5. Понятие двойственности. Несимметричные и симметричные двойственные задачи.	16	2	4	2	8
6	Тема 6. Виды математических моделей двойственных задач. Теоремы двойственности.	16	2	4	2	8
	Раздел IV. Целочисленное программирование	**16**	**2**	**4**	**2**	**8**
7	Постановка задачи и метод Гомори. Составление дополнительного ограничения. Полностью целочисленные задачи.	16	2	4	2	8
	Раздел V. Транспортная задача	**32**	**4**	**8**	**8**	**16**
8	Постановка задачи и ее	16	2	4	2	8

	математическая модель. Закрытая модель транспортной задачи. Понятие о матрице планирования.					
9	Построение первоначального опорного плана. Метод северо-западного угла, метод минимальной стоимости, метод двойного предпочтения, метод Фогеля. Метод потенциалов.	16	2	4	2	8
…	*Зачет с оценкой*					
	Итого за 3 семестр	**144**	**18**	**36**	**18**	**72**
	в т.ч. практическая подготовка	-				
	ИТОГО:	**144**	**18**	**36**	**18**	**72**

Очно-заочная форма обучения (*не реализуется*)

Заочная форма обучения (*не реализуется*)

III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы и теста.

Типовой вариант контрольной работы

1. Решить графическим методом задачу линейного программирования

$$f_{min}=x_1-2x_2 \text{ при } \begin{cases} -x_1+x_2\le 0, \\ 2x_1+x_2\le 3, \\ x_1-x_2\le 1, \\ x_1,x_2\ge 0. \end{cases}$$

2. Симплекс- методом решить задачу линейного программирования

$$f_{max}=x_1+x_2 \text{ при } \begin{cases} x_1+x_2+x_3=9, \\ -4x_1+7x_2+x_4=4, \\ 5x_1-6x_2+x_5=6, \\ x_j\ge 0. \end{cases}$$

3. Составить и решить двойственную задачу. Сделать вывод о решении исходной задачи

$$f_{max}=3x_1+3x_2 \text{ при } \begin{cases} 5x_1-4x_2\ge -2, \\ x_1+2x_2\ge 6, \\ \\ x_1,x_2\ge 0. \end{cases}$$

Примерные варианты тестов
Раздел I. Введение.

№ 1. *В задаче об оптимальном распределении ресурсов критерием оптимальности является*

1. максимальная прибыль
2. максимальные издержки
3. минимальная прибыль
4. минимальные издержки

№ 2. *В задаче «о рационе питания» критерием оптимальности является*

1. максимальная прибыль
2. максимальная стоимость рациона питания
3. минимальная прибыль
4. минимальная стоимость рациона питания

№3. *Задачи об оптимальном распределении ресурсов и «о рационе питания» относятся к задачам*

1. нелинейного программирования
2. целочисленного программирования
3. динамического программирования
4. линейного программирования

№4. *Система ограничений называется стандартной, если она содержит все знаки*

1. $\geq$
2. $=$
3. $\leq$
4. $<$

№5. *Задача линейного программирования решается безоговорочно графическим способом, если в задаче*

1. одна переменная
2. три переменные
3. четыре переменные
4. две переменные

№ 6. *Неравенство вида* $a_{i1}+a_{i2} \leq b_i$ *описывает*

1. прямую
2. полуплоскость
3. окружность
4. плоскость

№7. *Областью допустимых решений задачи ЛП является*

1. вся плоскость
2. выпуклый многоугольник
3. круг
4. координатные оси

№ 8. *Максимум или минимум целевой функции находится*

1. на сторонах выпуклого многоугольника решений
2. в начале координат
3. внутри выпуклого многоугольника решений
4. в вершинах выпуклого многоугольника решений

№9. *Для приведения задачи ЛП к каноническому виду вводятся*

1. фиктивные переменные
2. отрицательные переменные
3. искусственные переменные
4. нулевые переменные

№10. *Если ограничение задано со знаком «$\geq$», то дополнительная переменная вводится в это ограничение с коэффициентом*

1. -1
2. 1
3. 0
4. М

№11. *В целевую функцию дополнительные переменные вводятся с коэффициентами*

1. -1
2. 1
3. 0
4. М

Раздел II. Симплекс-метод

№1. *Задача ЛП решается симплексным методом, если в каноническом виде матрица коэффициентов системы ограничений*

1. содержит единичную подматрицу
2. не содержит единичной подматрицы
3. содержит нулевую подматрицу
4. не содержит нулевой подматрицы

№2. *Значения базисных переменных оптимального плана задачи ЛП находятся в*

1. строке оценок
2. последнем столбце
3. столбце b
4. первой строке

№3. *Если все искусственные переменные выведены из базиса (метод искусственного базиса) и план не является оптимальным, то для задачи ЛП на min разрешающий столбец выбирается*

1. по наибольшему положительному числу в (m+2)-й строке
2. по наименьшему отрицательному числу в (m+1)-ой строке
3. по наибольшему отрицательному числу в (m+1)-ой строке
4. по наибольшему положительному числу в (m+1)-ой строке

№4. Метод искусственного базиса используется, если матрица коэффициентов при неизвестных системы ограничений в каноническом виде

1. содержит единичную подматрицу
2. не содержит единичную подматрицу
3. содержит диагональную подматрицу
4. не содержит диагональную подматрицу

№5. *При решении задачи ЛП методом искусственного базиса первоначальный опорный план содержит*

1. только дополнительные переменные
2. только свободные переменные
3. искусственные и дополнительные переменные
4. дополнительные и свободные переменные

№6. *При решении задачи ЛП методом искусственного базиса оценки Zj–Cj размещаются в*

1. одной строке
2. двух строках
3. трех строках
4. четырех строках

№7. *Оптимальность плана в симплексной таблице определяется*

1. по столбцу b
2. по строке $Z_j–C_j$
3. по разрешающей строке
4. по разрешающему столбцу

№8. *Если при решении задачи ЛП на max симплексным методом в строке оценок все разности $Z_j–C_j \geq 0$, то соответствующий план будет*

1. неотрицательным
2. оптимальным
3. невырожденным
4. отрицательным

Раздел III. Двойственность

№1. *Если исходная задача ЛП имеет вид Z_{max} =CX, AX$\leq$ B; X$\geq$ 0, то ограничения симметричной двойственной задачи имеют вид*

1. $YA \leq C, Y \leq 0$
2. $YA \geq C$, Y>=0
3. $YA \leq B, X \geq 0$
4. $YA \geq B, Y \geq 0$

№2. *Коэффициентами при неизвестных целевой функции двойственной задачи являются*

1. коэффициенты при неизвестных целевой функции исходной задачи
2. свободные члены системы ограничений исходной задачи
3. неизвестные исходной задачи
4. коэффициенты при неизвестных системы ограничений исходной задачи

№3. *Свободными членами системы ограничений двойственной задачи являются*

1. неизвестные исходной задачи
2. коэффициенты при неизвестных исходной задачи
3. свободные члены исходной задачи
4. коэффициенты целевой функции исходной задачи

№4. *Если исходная задача ЛП была на максимум целевой функции, то двойственная задача будет*

1. тоже на максимум
3. смешанного типа (и на

максимум, и на минимум)

2. либо на максимум, либо на минимум
4. на минимум

№5. *Если исходная задача ЛП была на минимум целевой функции, то двойственная задача будет*

1. на максимум
2. либо на максимум, либо на минимум
3. смешанного типа (и на максимум, и на минимум)
4. тоже на минимум

№6. *При составлении симметричной пары двойственных задач, если исходная задачи ЛП $Z_{max}=CX$, $AX \leq B$, $X \geq 0$, то двойственная задача имеет вид*

1. $T_{max}=YB$, $YA=C$, $Y \leq 0$
2. $T_{min}=YB$, $YA \geq C$, $Y \geq 0$
3. $T_{min}=BY$, $YA \geq C$, $Y \geq 0$
4. $T_{min}=BY$, $YA \leq C$, $Y \geq 0$

№7. *При решении прямой задачи ЛП решение двойственной задачи в симплекс-таблице с оптимальным планом получается*

1. на пересечении столбца свободных членов и строки оценок
2. на пересечении последнего столбца и строки оценок
3. на пересечении строки оценок и столбцов, соответствующих начальному базису ЗЛП
4. на пересечении первой строки и столбцов, соответствующих начальному базису ЗЛП

№8. *Если одна из пары двойственных задач обладает оптимальным планом, то другая*

1. имеет оптимальное решение и $Z_{min} = T_{max}$ или $Z_{max} = T_{min}$
2. не имеет решения и $Z_{min} \neq T_{max}$ или $Z_{max} \neq T_{min}$
3. имеет оптимальное решение и $Z_{min} = T_{min}$
4. не имеет решения и $Z_{min} = T_{max}$ или $Z_{max} = T_{min}$

№9. *Если исходная задача ЛП имеет вид $Z_{max}=CX$, $AX \leq B$, $X \geq 0$, то целевая функция симметричной двойственной задачи имеет вид*

1. $T_{max}=BX$
2. $T_{min}=YB$
3. $T_{max}=BY$
4. $T_{max}=YB$

№10. *Если в исходной задаче ЛП система ограничений в матричной форме имеет вид $AX \leq B$, то в двойственной задаче она примет вид*

1. $AX \geq B$
2. $YA \geq C$
3. $YA \leq B$
4. $YA \leq C$

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета с оценкой с использованием следующих оценочных материалов:

Вопросы к зачету с оценкой
(3 семестр, очная форма обучения)

1. Основные понятия. Простейшие задачи линейного программирования.
2. Примеры текстовых задач, приводящих к задачам линейного программирования.
3. Общая задача линейного программирования.
4. Каноническая задача линейного программирования.
5. Выпуклые множества.
6. Графический метод решения задачи линейного программирования.
7. Геометрическая интерпретация графического метода решения задачи линейного программирования.
8. Свойства решений задачи линейного программирования.
9. Сведение задачи линейного программирования с количеством переменных, большим двух, к задаче, решаемой графическим методом.
10. Основные понятия, связанные с симплекс-методом решения задач линейного программирования: базисные и свободные переменные, начальный допустимый вектор, смена базиса, разрешающий элемент.
11. Симплекс-таблица и правила работы с ней.
12. Приемы сведения задачи линейного программирования к канонической задаче и решение её симплекс-методом.
13. Решение задачи об использовании сырья симплекс-методом.
14. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.
15. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования.
16. Метод искусственного базиса.
17. Понятие двойственности. Двойственность при графическом решении задачи линейного программирования.
18. Несимметричные двойственные задачи.
19. Симметричные двойственные задачи.
20. Виды математических моделей двойственных задач. Теоремы двойственности.
21. Постановка целочисленной задачи и метод Гомори. Полностью целочисленные задачи
22. Постановка транспортной задачи и ее математическая модель, построение первоначального опорного плана. Закрытая модель транспортной задачи.
23. Понятие о матрице планирования. Построение первоначального опорного плана.
24. Метод северо-западного угла, метод минимальной стоимости.
25. Метод двойного предпочтения.
26. Метод Фогеля. Метод потенциалов.

IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Основная литература

1. Балдин, К.В. Математическое программирование : учебник / К.В. Балдин, Н.А. Брызгалов, А.В. Рукосуев ; под общ. ред. К.В. Балдина. – 2-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2018. – 218 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112201

2. Фомина, Т.П. Методы оптимизации : учебно-методическое пособие : [16+] / Т.П. Фомина ; Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского». – Липецк : Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-

Шанского, 2017. – 128 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576642

4.2. Дополнительная литература

1. Самков, Т.Л. Математические методы исследования экономики и математическое программирование : учебное пособие : [16+] / Т.Л. Самков ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. – 115 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575280

2. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – 9-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 432 с. : ил. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573151

V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	http://exponenta.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
2.	http://ilib.mccme.ru	ЭБ с книгами по математике.	Неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет

VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	http://www.biblioclub.ru	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm	EqWorld Мир математических уравнений	Свободный доступ

VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.