



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.04.05 Дифференциальные уравнения**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль):** Прикладное программирование и информационные системы

**Квалификация (степень):** *бакалавр*

**Форма обучения:** *очная*

**Институт:** Математики, естествознания и техники

**Кафедра:** Математики и методики её преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	2,3		
Семестр/триместр	4,5		

Лекции	54		
Лабораторные занятия			
Практические (семинарские) занятия	72		
в т. ч. практическая подготовка	-		
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет 4 семестр Экзамен 5 семестр 0,3		
Контроль	9		
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	152,7		

**Всего часов: 288**

**Трудоемкость: 8 зачетных единиц.**

Разработчик(и) рабочей программы: *канд. ф.-м. наук, доцент И.А. Елецких*

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** Целью преподавания дисциплины «Дифференциальные уравнения» является создание целостного представления о предмете и методах общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений, рассмотрение методов интегрирования наиболее важных в теоретическом отношении и часто встречающихся в приложениях типов дифференциальных уравнений.

**Задачи изучения дисциплины:**

- раскрыть студентам значение дифференциальных уравнений в изучение окружающего мира;
- ознакомить студентов с теоремами существования и единственности решений для различных типов дифференциальных уравнений;
- изучить методы решения уравнений первого порядка, линейных уравнений и систем уравнений;
- научить находить решения задачи Коши для уравнения с частными производными первого порядка;
- изучить методы решения краевых задач и способы нахождения функции Грина;
- ознакомить студентов с основными положениями теории устойчивости;
- развивать умения самостоятельной работы с учебными пособиями и другой математической литературой.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках базовой (обязательной) части блока Б1. Дисциплины (модули).

**Планируемые результаты обучения по дисциплине:**

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1	<b>Знать:</b> - факты, концепции, принципы теорий, связанные с прикладной математикой и информатикой;	<b>Знает:</b> - основы теории дифференциальных уравнений;
	<b>Уметь:</b> - разрабатывать алгоритмы, вычислительные модели и модели данных для решения научно-исследовательских задач;	<b>Умеет:</b> - применять теоретические знания по дифференциальным уравнениям в описании процессов и явлений в различных областях знания;
	<b>Владеть:</b> - навыками применения математического аппарата для решения научно-исследовательских задач.	<b>Владеет:</b> - материалом дифференциальных уравнений на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний;
ОПК-3	<b>Знать:</b> - основы дискретной математики, численных методов, теории вероятностей и математической статистики, методы оптимизации и оптимального управления;	<b>Знает:</b> - методы решения задачи Коши для уравнения первого порядка в банаховом пространстве; - технологические приемы дифференциального исчисления;

		лежащие в основе построения различных моделей;
	<b>Уметь:</b> - адаптировать стандартные математические модели к решению конкретных научно-исследовательских задач;	<b>Умеет:</b> - адаптировать стандартные математические модели к решению конкретных научно-исследовательских задач; - уметь применять свойства операторов для определения разрешимости уравнений, записанных в операторной форме.
	<b>Владеть:</b> - методами математического, информационного и имитационного моделирования по тематике	<b>Владеет:</b> - материалом дифференциальных уравнений на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний;

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.</b>	<b>32</b>	<b>8</b>	<b>16</b>		<b>8</b>
1.	Тема 1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	16	4	8		4
2.	Тема 2. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной	16	4	8		4
	<b>Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.</b>	<b>40</b>	<b>10</b>	<b>20</b>		<b>10</b>
3.	Тема 3. Основные понятия и определения теории уравнений высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.	20	5	10		5
4.	Тема 4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения.	20	5	10		5
	<b>Зачет</b>					

	<b>Итого за 4-й семестр</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>18</b>
	<b>Раздел 3. Краевые задачи</b>	<b>78</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>54</b>
5.	Тема 5. Постановка краевых задач. Тривиальное и нетривиальное решения.	32	4	4		24
6.	Тема 6. Неоднородная краевая задача. Задачи на собственные значения.	46	8	8		30
	<b>Раздел 4. Системы дифференциальных уравнений</b>	<b>128,7</b>	<b>24</b>	<b>24</b>		<b>80,7</b>
7.	Тема 7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	40	8	8		24
8.	Тема 8. Системы линейных дифференциальных уравнений	48	8	8		32
9.	Тема 9. Элементы теории устойчивости	40,7	8	8		24,7
	Контроль	9				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 5-й семестр</b>	<b>216</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>134,7</b>
	<b>Итого</b>	<b>288</b>	<b>54</b>	<b>72</b>		<b>152,7</b>

**Очно-заочная форма обучения** (не реализуется)

**Заочная форма обучения** (не реализуется)

### **III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста, реферата, творческого задания, кейса и др.

#### **Тестовый вариант контрольной работы (4 семестр)**

*Образец варианта тестового контроля*

<b>Задания</b>	<b>Варианты ответов</b>
<b>№1.</b> Установите, какая из данных функций является решением дифференциального уравнения $y'' - y = 6e^{2x}$	<b>1.</b> $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 2e^{2x}$ <b>2.</b> $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + e^{2x}$ <b>3.</b> $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 2e^{2x}$ <b>4.</b> $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - e^{2x}$
<b>№2.</b> Определите тип дифференциального уравнения $y' + y = 2xy^3$	<b>1.</b> Линейное уравнение <b>2.</b> Однородное уравнение <b>3.</b> Уравнение с разделяющимися переменными <b>4.</b> Уравнение Бернулли
<b>№3.</b> Определите, какую подстановку можно использовать для решения уравнения $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$	<b>1.</b> $y=uv$ <b>2.</b> $y=ux$ <b>3.</b> $y^{\lambda}=p(x)$ <b>4.</b> $u = \sin \frac{y}{x}$

<b>№4.</b> Найдите общее решение уравнения $x^2 y' - 2xy = 0$	<b>1.</b> $y = x^2 + C$ <b>2.</b> $y = Cx^2 + \frac{1}{x}$  <b>3.</b> $y = x^2 - \frac{C}{x}$ <b>4.</b> $y = Cx^2$
<b>№5.</b> Найдите частное решение уравнения $y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x, \quad y(0)=0$	<b>1.</b> $y = \operatorname{tg} x + e^{-\operatorname{tg} x}$ <b>2.</b> $y = \operatorname{tg} x - 1 + e^{-\operatorname{tg} x}$ <b>3.</b> $y = -\operatorname{tg} x + 1 + e^{-\operatorname{tg} x}$ <b>4.</b> $y = \operatorname{tg} x - 1 + e^{\operatorname{tg} x}$
<b>№6.</b> Найдите значение $C$ частного решения уравнения $(y + \sqrt{x^2 + y^2})dx - xdy = 0$ , проходящего через точку $(1,0)$ .	<b>1.</b> $C=0$ <b>2.</b> $C=1$ <b>3.</b> $C=-1$ <b>4.</b> $C=2$
<b>№7.</b> Найдите дифференциальное уравнение семейства кривых $x^2 - y^2 = Cx$	<b>1.</b> $-x^2 + y^2 + 2xyy' = 0$ <b>2.</b> $x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$ <b>3.</b> $-x^2 + y^2 - 2xyy' = 0$ <b>4.</b> $x^2 + y^2 + 2xyy' = 0$

### Типовой вариант контрольной работы (5 семестр)

1. Найти общее решение уравнения  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 2e^x$ .
2. Построить функцию Грина для краевой задачи  $y'' - 2y' = f(x)$ ,  $y(0)=1$ ,  $y'(1)=0$ .
3. Решить системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 7x - 3y \end{cases} ; \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{t}{xy} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{t}{x^2} \end{cases} ; \quad \frac{dx}{\cos y} = \frac{dy}{\cos x} = \frac{dz}{\cos x \cos y}$$

### Примерная тематика рефератов

1. Решение уравнений, сводящихся к уравнениям с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения первого порядка.
3. Изучение метода вариации постоянных и его применение для решения линейных уравнений первого порядка.
4. Решение уравнений методом И.Бернулли.
5. Уравнения Я.Бернулли.
6. Приведение уравнений к уравнениям в полных дифференциалах с помощью интегрирующих множителей.

7. Изучение подстановок для интегрирования уравнений, допускающих понижение порядка.
8. Решение однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
10. Решение систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
11. Методы исследования систем дифференциальных уравнений на устойчивость решений.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета в 4 семестре и экзамена в 5 семестре с использованием следующих оценочных материалов

### Вопросы к зачету (4 семестр, очная форма обучения)

1. Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении первого порядка, разрешенном относительно производной, и его решении.
2. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
3. Поле направлений уравнения первого порядка.
4. Задача Коши. Особое решение.
5. Уравнение, не содержащее искомой функции.
6. Уравнение, не содержащее независимой переменной.
7. Уравнения с разделяющимися переменными.
8. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
9. Решение линейных уравнений первого порядка методом И.Бернулли.
10. Решение линейных уравнений первого порядка методом Лагранжа.
11. Уравнение в полных дифференциалах.
12. Интегрирующий множитель.
13. Уравнение Я.Бернулли.
14. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной (основные понятия, уравнение  $n$ -ной степени).
15. Неполные уравнения.
16. Уравнения Лагранжа и Клеро.
17. Дифференциальные уравнения высших порядков (основные понятия).
18. Уравнения, допускающие понижение порядка.
19. Линейно зависимые и линейно независимые функции. Определитель Вронского и его свойства.
20. Структура общего решения линейного однородного уравнения второго порядка
21. Интегрирование линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
22. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения второго порядка.
23. Метод вариации произвольных постоянных.
24. Интегрирование линейных неоднородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ .
25. Интегрирование линейных неоднородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$ .

26. Интегрирование линейных неоднородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью вида  $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$ .

### **Вопросы к экзамену (5 семестр, очная форма обучения)**

1. Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и их интегрирование.
2. Постановка краевых задач.
3. Неоднородная краевая задача. Функция Грина.
4. О существовании неоднородной краевой задачи.
5. Обобщенная функция Грина.
6. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений (основные понятия, задача Коши, методы интегрирования).
7. Системы линейных дифференциальных уравнений (основные понятия).
8. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Матричный метод решения линейных однородных систем.
10. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод Даламбера.
11. Фундаментальные системы решений линейной однородной системы.
12. Формула Остроградского-Лиувилля.
13. Понятие устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости по Ляпунову. Устойчивость нулевого решения.
14. Критерий устойчивости по Гурвицу.
15. Критерий устойчивости Рауса.
16. Метод функций Ляпунова.

## **IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1. Основная литература**

1. Треногин, В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник / В. А. Треногин. – Москва : Физматлит, 2009. – 312 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614> (дата обращения: 24.08.2022). – ISBN 978-5-9221-1063-1. – Текст : электронный.
2. Назарова, Т. М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [16+] / Т. М. Назарова, И. М. Пупышев, В. В. Хаблов ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 100 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576428> (дата обращения: 24.08.2022). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3404-8. – Текст : электронный.

### **4.2. Дополнительная литература**

1. Коврижных, А. Ю. Дифференциальные и разностные уравнения : учебное пособие / А. Ю. Коврижных, О. О. Коврижных ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 150 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275742> (дата обращения: 24.08.2022). – Библиогр: с. 122 - 123. – ISBN 978-5-7996-1341-9. – Текст : электронный.

2. Андреев, А. Н. Избранные главы теории дифференциальных уравнений : учебное пособие / А. Н. Андреев. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012. – 112 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232210> (дата обращения: 24.08.2022). – ISBN 978-5-8353-1300-6. – Текст: электронный.

## **V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

<b>№ пп</b>	<b>Ссылка на информационный ресурс</b>	<b>Наименование разработки в электронной форме</b>	<b>Доступность</b>
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
3.	<a href="https://www.matburo.ru/">https://www.matburo.ru/</a>	Справочная информация по математическим дисциплинам	Неограниченный доступ
4.	<a href="http://allmath.ru">http://allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
5.	<a href="http://www.e.lanbook.com">http://www.e.lanbook.com</a>	Издательство «Лань»	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ/
6.	<u>ЭБС «Юрайт»</u>	Виртуальный читальный зал	<a href="http://biblio-online.ru">biblio-online.ru</a>



		учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по экономическим, юридическим, гуманитарным, инженерно-техническим и естественно-научным направлениям и специальностям.	Доступ после регистрации
--	--	--	--------------------------

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1.	<a href="http://zbMATH.org">zbMATH</a>	Математическая база данных, охватывающая около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, физике, естественным наукам	Доступ свободный <a href="http://zbmath.org">zbmath.org</a> Доступ свободный
2.	<a href="http://www.garant.ru">www.garant.ru</a>	Информационно-правовой портал	Свободный доступ
3.	<a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>	Российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования	Свободный доступ
4.	<a href="http://www.consultant.ru">www.consultant.ru</a>	Российская компьютерная справочно-правовая система	Свободный доступ

## VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

