



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.01.03 Абстрактная и компьютерная алгебра**

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль):** Системное программирование и компьютерные технологии

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	2		
Семестр/триместр	3		

Лекции	-		
Лабораторные занятия	18		
Практические (семинарские) занятия	18		
в т. ч. практическая подготовка	-		
Форма(ы) промежуточной аттестации	зачет		
Контроль			
Иные формы работы	—		
Самостоятельная работа	36		

**Всего часов: 72**

**Трудоемкость: 2 зачетных единицы**

Разработчики рабочей программы:

кандидат физ.-мат. наук, доцент Е.В. Игонина

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** формирование у бакалавров современных теоретических знаний и практических умений в области абстрактной и компьютерной алгебры.

**Задачи изучения дисциплины:**

- формирование умений применения знаний абстрактной алгебры в компьютерной, а также умений пользоваться вычислительными пакетами и решать с их помощью различные математические задачи;
- формирование умений, связанных с применением полученных знаний в процессе решения задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (модули).

**Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения компетенций:**

Код компетенции	Индикаторы компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-2	<b>Знать:</b> способы проектирования решения конкретной задачи проекта, определения оптимальных способов ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений;	<b>Знает:</b> – определение основных понятий абстрактной и компьютерной алгебры; – классические примеры алгебраических систем, основные характеристики числовых систем; – базовые алгоритмы символьных преобразований.
	<b>Уметь:</b> – формулировать совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение; – качественно решать конкретные задачи (исследования, проекта, деятельности) за установленное время;	<b>Умеет:</b> – выполнять операции на множестве натуральных, целых рациональных, действительных и комплексных чисел; – применять понятия и алгоритмы абстрактной и компьютерной алгебры при решении задач; – применять алгоритмы символьных преобразований.

	<p><b>Владеть:</b>  навыками определения ожидаемых результатов решения поставленных задач;  навыками публичного представления результатов решения задач исследования, проекта, деятельности.</p>	<p><b>Владеет:</b>  – математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов,  – пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем.</p>
ПКС-1	<p><b>Знать:</b>  - возможности существующей программно-технической архитектуры, современных и перспективных средств разработки программных продуктов, технических средств;  - методы и приемы формализации задач, языки формализации функциональных спецификаций;  - принципы построения и виды архитектуры программного обеспечения;  - типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения;</p>	<p><b>Знает:</b>  – функциональные возможности и принцип работы в вычислительных математических средах;  .</p>
	<p><b>Уметь:</b>  - вырабатывать варианты реализации программного обеспечения;  - применять методы и средства проектирования компьютерного программного обеспечения, структур данных, баз данных, программных интерфейсов;</p>	<p><b>Умеет:</b>  – применять вычислительные математические среды для решения прикладных задач.</p>
	<p><b>Владеть:</b>  - действиями по разработке и действиями по разработке и согласованию технических спецификаций на программные компоненты;  – действиями по согласованию требований к программному обеспечению с заинтересованными сторонами, распределению заданий между программистами в соответствии с тех-</p>	<p><b>Владеет:</b>  – действиями по созданию программных решений прикладных задач в математических вычислительных средах.</p>

	<p>ническими спецификациями, осуществлению контроля выполнения заданий, формированию отчетности в соответствии с установленными регламентами.</p>	
--	---	--

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Понятие абстрактной и компьютерной алгебры.</b>	<b>17</b>		<b>4</b>	<b>4</b>	<b>9</b>
1.	Тема 1. Основы абстрактной алгебры.	8		2	2	4
2.	Тема 2. Проблема представления данных	9		2	2	5
	<b>Раздел 2. Наибольший общий делитель</b>	<b>17</b>		<b>4</b>	<b>4</b>	<b>9</b>
4.	Тема 3. Алгоритмы нахождения НОД целых чисел (алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида, бинарный алгоритм, примарный алгоритм).	8		2	2	4
5.	Тема 4. НОД и редукция целочисленных многочленов	9		2	2	5
	<b>Раздел 3. Решение алгебраических уравнений и систем.</b>	<b>17</b>		<b>4</b>	<b>4</b>	<b>9</b>
6	Тема 5. Базис идеала. Базис Гребнера. Алгоритм Бухбергера.	8		2	2	4
7	Тема 6. Отделение корней. Последовательность многочленов Штурма. Теорема Штурма.	9		2	2	5
	<b>Раздел 4. Решение задач в компьютерной алгебре Maxima</b>	<b>21</b>		<b>6</b>	<b>6</b>	<b>9</b>
	Тема 7. Функционал и основы работы в Maxima (построение графиков, решение уравнений и СЛАУ, моделирование и исследование систем)	21		6	6	9
	<i>Форма отчетности зачет</i>					
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>72</b>		<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>
	<b>ИТОГО</b>	<b>72</b>		<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>

**Очно-заочная форма обучения не реализуется**

**Заочная форма обучения не реализуется**

## III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И

# ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста, реферата.

## Типовой вариант контрольной работы

### Контрольная работа №1

1. Докажите, что  $\text{НОД}(A, B) = \text{НОД}(B, A-B)$ , где  $A, B$  – числа.

Найдите НОД многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$  с помощью алгоритма Евклида, зная

$$f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7,$$

$$g(x) = 3x^5 - 7x^3 + 3x^2 - 7.$$

3. Отделить корни многочлена по методу Штурма  $f(x) = x^4 - 5x^2 - 2x + 2$

4. Постройте минимальный редуцированный базис Грёбнера для идеалов  $(x^2 - 1, (x - 1)y, (x + 1)z)$ .

### Контрольная работа №2

Решения выполнять в среде *Maxima*

1. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 9x_5 = 7, \\ 7x_1 + 9x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 4, \\ 8x_1 + 8x_2 + 2x_4 + x_5 = 6, \\ x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 6. \end{cases}$$

- 1) Выписать матрицу  $A$  этой линейной системы, записать вектор-столбец  $b$  правой части системы.
- 2) Найти  $\text{rank } A$ , найти решение этой системы. Сравнить решения  $x = A \backslash b$  и  $x = A^{-1} \cdot b$ . Сделать проверку.
- 3) Найти  $\det A$ ,  $A^{-1}$ ,  $\text{trac } A$ . Найти собственные числа и собственные векторы матрицы  $A$ .

## Примерная тематика рефератов

1. Использование системы компьютерной математики Maple в научных исследованиях.
2. Сравнительный анализ систем компьютерной математики
3. Перспективы развития систем компьютерной математики
4. Применение систем компьютерной математики и компьютерных технологий при изучении дисциплин высшей математики.
5. Свободные вычислительные системы из модификации.

6. Создание интегрированных заданий для задач на нахождение экстремумов с использованием СКМ и языков программирования.
7. Применение свободно распространяемой программной среды Sage при изучении высшей математики.
8. Моделирование в системе компьютерной математики GeoGebra.
9. Визуализация элементарных задач на построение с помощью циркуля и линейки в средах СКМ Maple и Geogebra.
10. Поиск маршрутов на графах в СКМ Maple.
11. Компьютерная геометрия в СКМ Maple
12. Визуализация построения замечательных точек треугольника с помощью СКМ Maple и Geogebra.
13. Поиск путей на графах в системе Wolfram Mathematica.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета с использованием следующих оценочных материалов: перечень вопросов к зачету.

**Вопросы к зачету**  
**(3 семестр, очная форма обучения)**

1. Основы абстрактной алгебры.
2. Проблема представления данных
3. Алгоритмы нахождения НОД целых чисел (алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида)
4. Бинарный алгоритм, примарный алгоритм нахождения НОД целых чисел.
5. НОД и редукция целочисленных многочленов
6. Базис идеала. Базис Гребнера. Алгоритм Бухбергера.
7. Отделение корней. Последовательность многочленов Штурма. Теорема Штурма.
8. Махiма: построение и форматирование графиков. Способы символьных вычислений.
9. Преобразование арифметических выражений в Махiма.
10. Махiма: решение уравнений и систем. Матричные вычисления.
11. Решение задач
12. Этапы моделирования. Решение дифференциальных уравнений в среде Махiма.
13. Исследование устойчивости систем линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом фазового пространства с использованием Махiма. Построение фазовых портретов.
14. Махiма: обработка данных при статистическом моделировании.
15. Дисперсионный и регрессионный анализ в среде Махiма. Синтез и анализ статистической модели.

## IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Основная литература

1. Царев, А. В. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры : учебное пособие : [16+] / А. В. Царев, Г. В. Шеина ; учред. Московский педагогический государственный университет. – Москва : Московский педагогический государственный университет (МПГУ), 2016. – 116 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471787> (дата обращения: 18.09.2023). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4263-0393-5. – Текст : электронный.

### 4.2. Дополнительная литература

1. Звягин А. В. Элементы абстрактной алгебры: учебно-методическое пособие / А. В. Звягин. — Воронеж: ВГУ, 2016 — 38 с. — Текст электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/165266> (дата обращения: 25.09.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Чичкарев, Е. А. Компьютерная математика с Maxima : [16+] / Е. А. Чичкарев. — 2-е изд., испр. — Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. — 459 с. : граф. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428974> (дата обращения: 01.09.2022). — Библиогр. в кн. — Текст : электронный.

## V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
3.	<a href="http://www.matclub.ru">http://www.matclub.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ

4.	<a href="http://www.fismat.ru">http://www.fismat.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
5.	<a href="http://www.mathnet.ru">http://www.mathnet.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
6.	<a href="http://www.school.edu.ru">http://www.school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Свободный доступ
7.	<a href="http://lib.elsu.ru/">http://lib.elsu.ru/</a> <a href="http://WWW.E.LANBOOK.COM">WWW.E.LANBOOK.COM</a>	ЭБС Издательства «ЛАНЬ» – ресурс, предоставляющий online доступ к научным журналам и полнотекстовым коллекциям книг различных издательств.	Работать с ресурсом можно из сети вуза без предварительной регистрации или из любой точки мира, где есть доступ к сети "Интернет", предварительно зарегистрировав свой личный кабинет, находясь внутри сети вуза.
8.	<a href="http://allmath.ru">http://allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
9.	<a href="http://www.iprbookshop.ru">http://www.iprbookshop.ru</a>	Полнотекстовая база электронных изданий, содержащая учебники и учебные пособия, монографии, производственно-практические, справочные издания, периодические издания, а также деловую литературу для практикующих специалистов. Ресурс предоставляет доступ к книгам более чем 250 издательств (федеральных, региональных, вузовских).	Доступ к полному тексту изданий на сайте возможен после авторизации, для этого необходимо получить логин и пароль в информационно-библиографическом отделе библиотеки. После получения пароля необходимо пройти личную регистрацию и в дальнейшем работать под своими учетными данными.
10	<a href="http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/index1.htm">http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/index1.htm</a>	электронный учебник	Неограниченный доступ
11	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/angeome">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/angeome</a>	Международный научно-образовательный сайт	Неограниченный доступ



	try.htm	EqWorld	
--	---------	---------	--

## **VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1.	zbMATH	Математическая база данных, охватывающая около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, физике, естественным наукам	Доступ свободный zbmath.org
2.	<a href="http://ilib.mccme.ru">http://ilib.mccme.ru</a>	ЭБ с книгами по математике.	Свободный доступ.

## **VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Лабораторные занятия, групповые и индивидуальные консультации, текущая и промежуточная аттестации проводятся в специализированных классах, оснащенных автоматизированными рабочими местами с компьютерами.

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.