



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ФТД.В.02 ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА**  
**MAPLE**

**Направление подготовки:** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль):** Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

**Квалификация (степень):** Исследователь. Преподаватель-исследователь

**Форма обучения:** очная

**Институт математики, естествознания и техники**

**Кафедра математики и методики её преподавания**

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3		
Семестр/триместр	6		

Лекции	18		
Лабораторные занятия			
Практические (семинарские) занятия	18		
Контроль	зачет		
Иные формы работы			
Самостоятельная работа	36		

**Всего часов:** 72

**Трудоемкость:** 2 зачетных единиц.

**Разработчик рабочей программы:**

кандидат физико-математических наук Елецких К.С.

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** формирование общей точки зрения по вопросам исследования граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными, овладение основами методологии научных исследований в рамках данной дисциплины, формирование профессиональной готовности к самостоятельной научно-исследовательской и педагогической деятельности, углубленное изучение методов математического исследования основных задач данной теории.

### Задачи изучения дисциплины:

- формирование у аспирантов современных теоретических представлений о методах исследования задач теории уравнений с частными производными при помощи аппарата функционального анализа и теории обобщенных функций;
- развитие логического мышления;
- формирование навыков самостоятельной практической работы в области дифференциальных уравнений с частными производными, применение полученных знаний для решения задач смежных дисциплин;
- создание основы для более эффективного изучения конкретных математических дисциплин на последующих стадиях обучения, для самостоятельного исследования рассматриваемой проблемы;
- использование математического пакета Maple в качестве средства для решения задач по теме исследования.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках блока ФТД Факультативы. Вариативная часть.

### Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции	Индикаторы компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– современные тенденции и проблематику научных исследований в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления;</li><li>– методологические подходы к планированию и осуществлению научных исследований в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления;</li><li>– основы оценки качества научных исследований в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления.</li></ul>	<b>Знает:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– современные тенденции научных исследований в области нелинейных динамических систем, уравнений математической физики, нелинейных законов управления;</li><li>– устойчивость по Ляпунову и её обобщение;</li><li>– преобразование Фурье и дифференциальные операции;</li><li>– методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач;</li><li>– различные математические методы для осуществления самостоятельной научно-исследовательской, методической и преподавательской деятельности.</li></ul>

	<b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– планировать и осуществлять самостоятельную научно-исследовательскую деятельность в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления;</li> <li>– составлять и оформлять программу научного исследования, отчетную документацию по итогам проведения научно-исследовательской деятельности;</li> <li>– осуществлять внедрение результатов собственной научно-исследовательской деятельности в практику в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления.</li> </ul>	<b>Умеет:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- находить фундаментальные решения классических уравнений математической физики;</li> <li>- использовать необходимые понятия функционального анализа для проведения научно-исследовательской деятельности по теме направления подготовки;</li> <li>- составлять и оформлять программу научного исследования, отчетную документацию по итогам проведенного исследования;</li> <li>- использовать возможности математического пакета Maple для решения задачи Коши и граничных задач.</li> </ul>
	<b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками планирования и выполнения самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления;</li> <li>– методикой планирования и проведения опытно-экспериментальной работы в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления;</li> <li>– навыками оформления научной работы, ее презентации и защиты в области дифференциальных уравнений, динамических систем и оптимального управления.</li> </ul>	<b>Владеет:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методикой планирования и проведения опытно-экспериментальной работы;</li> <li>- навыками самостоятельной работы, методикой планирования и организации научного исследования с использованием методов анализа дифференциальных и интегральных уравнений математической физики;</li> <li>- способностью анализировать, сравнивать, оценивать, выбирать, разрабатывать математические методы для осуществления самостоятельной научно-исследовательской, методической и преподавательской деятельности.</li> </ul>

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Исследование дифференциальных уравнений и их систем средствами символьной математики Maple</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>12</b>
1.	<i>Тема1.</i> Введение в Maple. Общие сведения об интерфейсе в Maple, синтаксис и выражения в Maple. Контекстная панель, рабо-	8	2	2		4

	чий лист, строки и символы в Maple.					
2.	Тема 2. Упрощение выражений, преобразования выражений. Упрощение выражений методом подстановки. Тождественные преобразования выражений.	8	2	2		4
3.	Тема 3. Решение уравнений и систем в Maple. Решение уравнений и их систем в Maple графически и аналитически.	8	2	2		4
	<b>Раздел 2. Исследование нелинейных систем дифференциальных уравнений на устойчивость.</b>	<b>32</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>16</b>
4.	Тема 4. Модель системы с несколькими точками равновесия.	8	2	2		4
5.	Тема 5. Исследование на устойчивость точек равновесия модели состояния цепи с туннельным диодом.	8	2	2		4
6.	Тема 6. Исследование качественного поведения нелинейных систем в окрестности точек равновесия.	8	2	2		4
7.	Тема 7. Исследование на устойчивость с помощью построения фазовых портретов.	8	2	2		4
	<b>Раздел 3. Исследование спектральных свойств граничных задач.</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>8</b>
8.	Тема 8. Разрешимость граничных интегральных уравнений для задач Дирихле и Неймана в пакете Maple.	8	2	2		4
9.	Тема 9. Переход от дифференциальных уравнений к интегральным и их решение.	8	2	2		4
	<i>Форма отчетности</i>	<i>зачет</i>				
	<i>Итого за 4 семестр</i>		<b>18</b>	<b>18</b>		<b>36</b>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>36</b>

**Очно-заочная форма обучения не реализуется**

**Заочная форма обучения не реализуется**

### III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме реферата.

#### Примерная тематика рефератов

1. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Решение краевых задач для систем дифференциальных уравнений.
3. Метод разностных схем.
4. Численные методы на основе метода Галеркина.
5. Сеточные методы решения.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета.

#### Вопросы к зачету (4 семестр, очная форма обучения)

1. Общие сведения об интерфейсе в Maple, синтаксис и выражения в Maple
2. Контекстная панель, рабочий лист, строки и символы в Maple.
3. Упрощение выражений методом подстановки в Maple
4. Тождественные преобразования выражений в Maple
5. Решение уравнений и их систем в Maple графически и аналитически.

#### Задания для самостоятельного выполнения

1. Найти собственное значение и собственные функции краевой задачи

$$x^2 y'' - 5xy' + 5y = \lambda y, y(e) = y(e^3) = 0.$$
$$\left( \lambda_k = 4 + \frac{1}{4} \kappa^2 \pi^2, y_k(x) = x^3 \left( x^{\frac{i k \pi}{2}} + (-1)^{k+1} x^{-\frac{i k \pi}{2}} \right) \right).$$

Воспользуйтесь константой `_EnvAllSolution:=true`

2. Составить программу (основанную на рекурсию) на внутреннем языке программирования системы Maple, содержащую внутри себя рекурсивную процедуру, для вычисления определителя произвольного наперед заданного порядка  $n$ ,

3. Показать, что  $\sum_{k=1}^n \sin^2(2k-1)x = \frac{n}{2} - \frac{\sin 4nx}{4 \sin 2x}.$

4. Пусть оператор  $L$  порожден краевой задачей  $y''+4y=f$ ,  $y(a)=y(b)=0$ .

Найти представление решения  $y(x)=(L^{-1}f)(x)=\int_a^b G(x,t)f(t)dt$ , выписав

функцию Грина  $G(x,t)$ . Выполнить проверку.

5. Уравнение «поверхности» относительно некоторого базиса  $e_1, \dots, e_4$  имеет вид  $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=1$ . Найти уравнение этой же поверхности относительно базиса  $f_1=(1, 1, 1, 1)$ ,  $f_2=(1, 1, -1, -1)$ ,  $f_3=(1, -1, 1, -1)$ ,  $f_4=(1, -1, -1, 1)$  (координаты даны в том же базисе  $e_1, \dots, e_4$ ).

6. Показать, что  $tg 6x = \frac{6tgx - 20tg^3x + 6tg^5x}{1 - 15tg^2x + 15tg^4x - tg^6x}$ .

7. Найти собственное значение и собственные функции краевой задачи

$$x^2y''+5xy'+5y=\lambda y,$$

$$y'(e)=y'(e^3)=0$$

8. Написать разложение определителя пятого порядка по первым трем строкам.

## IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Основная литература

1. Ефремов, Ю.С. Методы математической физики в пакете символьной математики Maple : учебное пособие / Ю.С. Ефремов, М.Д. Петропавловский. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 299 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428680> (дата обращения: 15.11.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-4619-9. – DOI 10.23681/428680. – Текст : электронный.

### 4.2. Дополнительная литература

1. Шалаумов, В.А. Асимптотические методы в анализе : учебное пособие : [16+] / В.А. Шалаумов. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012. – 88 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232652> (дата обращения: 5.09.2020). – ISBN 978-5-8353-1267-2. – Текст : электронный.
2. Мельников, Н.Б. Прикладной функциональный анализ: задачи с решениями : [16+] / Н.Б. Мельников, Л.А. Артемьева ; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. – Москва : Московский Государственный Университет, 2015. – 108 с. : ил. – (Бакалавриат. Учебные пособия). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=595432> (дата обращения: 15.11.2020). – Библиогр.: с. 105. – ISBN 978-5-19-011104-0. – Текст : электронный.

## V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.e.lanbook.com">http://www.e.lanbook.com</a>	Издательство «Лань»	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
3.	<a href="http://www.biblio-online.ru">www.biblio-online.ru</a>	Издательство «Юрайт»	Свободный доступ

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	«Образовательный математический сайт Exponenta.ru».	Индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
3.	<a href="http://www.math.ru">http://www.math.ru</a>	«Образовательный математический сайт Math.ru».	Индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
4.	<a href="http://www.mathhelp.spb.ru">http://www.mathhelp.spb.ru</a>	Лекции по высшей математике: Математический анализ; Дифференциальные уравнения и др.	Индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет

## VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ

### **ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

- Microsoft Windows 7 Professional; Microsoft Windows 10 Professional; Академические лицензии OLP (Open License). Срок действия лицензии: бессрочно.
- Microsoft Office Professional Plus, Microsoft Office Standart (пакет офисных приложений). Академические лицензии OLP (Open License). Срок действия лицензии: бессрочно.
- Антивирусное ПО Kaspersky Endpoint Security 10. Коммерческая лицензия для 300 компьютеров.

### **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Занятия проводятся в учебных аудиториях для проведения лекций и семинаров. Аудитории укомплектованы специализированной мебелью. Часть из них укомплектованы техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (проектор, экран, компьютер/ноутбук). При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется компьютерная техника для показа презентаций, соответствующих темам рабочей программы.

В ходе образовательного процесса осуществляется самостоятельный поиск студентами дополнительного учебного материала с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных библиотечных систем. Для осуществления самостоятельной работы имеются кабинеты, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета