



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.04.07 Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль): Моделирование и цифровизация социально-экономических систем

Квалификация (степень): бакалавр

Форма обучения: очная,

Институт: математики, естествознания и техники

Кафедра: математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3,4		
Семестр/триместр	5,6,7		

Лекции	60		
Лабораторные занятия			
Практические (семинарские) занятия	94		
в т. ч. практическая подготовка	-		
Форма(ы) промежуточной аттестации	5- зачет с оценкой ; 6 – зачет; 7 – экзамен - 0,3		
Контроль	9		
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	266,7		

Всего часов:432

Трудоемкость: 12 зачетных единиц.

Разработчик(и) рабочей программы:

доктор педагогических наук, доцент С.Н. Дворяткина

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель изучения дисциплины: ознакомление со стохастическим подходом описания обширного класса реальных явлений, не укладывающихся в рамки детерминистических конструкций, углубление математической подготовки студентов, направленное на формирование прочных теоретических знаний и практических навыков в области теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов.

Задачи изучения дисциплины:

- 1) раскрыть студентам мировоззренческое значение науки о случайном, углубить их представления о роли и месте математики в изучении окружающего мира;
- 2) дать студентам необходимые вероятностно-статистические знания, сформировать умения, необходимые для глубокого овладения содержанием дисциплины;
- 3) ознакомление с основными моделями и методами случайных процессов;
- 4) показать возможность применения стохастического материала к решению прикладных задач, возникающих в экономической деятельности;
- 5) развивать вероятностный стиль мышления;
- 6) способствовать подготовке к ведению исследовательской деятельности (в частности, для написания курсовой и выпускной квалификационной работ) в сфере экономики, использующей вероятностно-статистические методы, созданию и использованию вероятностных моделей процессов и объектов, разработке эффективных стохастических методов решения профессиональных задач;
- 7) развивать умение самостоятельной работы с учебными пособиями и другой научной и математической литературой.

Место дисциплины в структуре ОПОП: реализуется в рамках базовой (обязательной) части блока Б1. Дисциплины (предметно-содержательный модуль).

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения компетенций:

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2	Знать основы математического моделирования и системного программирования;	Знает: - различные аспекты понятия вероятности, аксиоматику Колмогорова; определение условной вероятности, зависимых, независимых событий, формулировки теорем умножения событий, их следствия; схемы независимых испытаний; - понятие случайной величины, индикатора событий, закон распределения и его виды, основные числовые характеристики случайных величин в конечной схеме; понятия функции распределения, плотности распре-

		<p>деления и их свойства, виды абсолютно непрерывных распределений, понятие математического ожидания как интеграла Лебега, основные свойства и формулы для его вычисления, общую теорию условных математических ожиданий;</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные теоремы закона больших чисел и усиленного закона больших чисел; - основные способы оценки параметров распределения, достаточные статистики, эффективные оценки, методы нахождения оценок; основные положения по интервальному оцениванию параметров распределения; методы построения наиболее мощных критериев (метод отношения правдоподобия); - основные понятия, относящиеся к статистическим гипотезам, критерии проверки гипотез; - основные положения корреляционного и регрессионного анализа; - основные методы и модели случайных процессов.
	<p>Уметь применять математическое и программное обеспечение, прикладные интернет-технологии, автоматизированные системы, средства компьютерной графики к решению прикладных задач;</p>	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать прикладные задачи с применением методов теории вероятностей; - грамотно использовать методы математической статистики в конкретных реальных испытаниях; - решать обобщенные и практико-ориентированные задачи вычислительного и теоретического характера методами случайных процессов в области экономики;
	<p>Владеть действиями по математическому и программному обеспечению процессов решения прикладных задач в сфере управления предприятием, в сфере сетевых технологий, баз данных.</p>	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками применения методов вероятностно-статистического моделирования для анализа задач экономики и управления; использования статистических методов в управленческой и финансовой деятельности; <p>разнообразным математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа стохастических моделей.</p>

II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	Раздел 1. Элементы теории вероятностей	144	18	36		90
1.	Тема 1. Случайные события и их вероятности	48	8	10		30
2.	Тема 2. Случайные величины и функции распределения	54	8	16		30
3.	Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей	42	2	10		30
5	<i>Итого за 5 семестр</i>	<i>144</i>	<i>18</i>	<i>35</i>		<i>90</i>
6	Раздел 2. Элементы математической статистики	108	18	36		54
7	Тема 4. Первичная обработка статистических данных.	22	4	8		10
8	Тема 5. Точечное и интервальное оценивание	24	6	8		10
9	Тема 6. Проверка статистических гипотез.	28	4	8		16
10	Тема 7. Корреляционный и регрессионный анализ	34	4	12		18
14	<i>Итого за 6 семестр</i>	<i>108</i>	<i>18</i>	<i>36</i>		<i>54</i>
	Раздел 3. Математический аппарат марковских процессов	84	12	12		60
	Тема 8. Необходимость создания теории случайных процессов	14	2	2		10
	Тема 9. Основные понятия, виды и классы случайных процессов	14	2	2		10
	Тема 10. Математический аппарат дискретных цепей Маркова	28	4	4		20
	Тема 11. Дискретный случайный марковский процесс	28	4	4		20
	Раздел 4. Приложения теории случайных процессов	86,7	12	12		62,7
	Тема 12. Марковские модели массового обслуживания	42	6	6		30

	Тема 13. Элементы теории мартингалов и ее приложения к классическим задачам финансового рынка	44,7	6	6		32,7
	<i>Зачет с оценкой</i>	0,3				
	<i>Контроль</i>	9				
	<i>Итого за 7 семестр</i>	180	24	24		122,7
15	ИТОГО:	432	60	96		266,7

III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы или теста.

Типовой вариант контрольной работы (5 семестр)

1. В автосалоне на продажу выставлено 9 автомобилей марки “CITROEN”, 5 автомобилей марки “PEOGOET” и 3 автомобиля марки “RENAULT”. В течение дня продано 4 автомобиля. Найти вероятность того, что среди проданных хотя бы один марки “CITROEN”.

2. На мост сбрасываются 3 авиационные бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если для этого необходимо сбросить на него: а) все три бомбы; б) только одну бомбу; в) не менее двух.

3. В первой урне 10 деталей, из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная?

4. В страховом обществе застраховано 1000 лиц одного возраста и одной социальной группы. Вероятность смерти в течение года для каждого лица равна 0,006. Каждый застрахованный вносит 1 января 150 рублей страховых, и в случае смерти его родственники получают от общества 1200 рублей. Чему равна вероятность того, что а) общество потерпит убытки; б) получит прибыль, не меньшую 40000 рублей?

5. Сделано 2 высоко рискованных вклада: 20 млн. в компанию А и 18 млн. в компанию В. Компания А обещает 40% годовых, но может обанкротиться с вероятностью 0,3. Компания В обещает 30% годовых, но может обанкротиться с вероятностью 0,2. Составить закон распределения случайной величины ξ - суммы вкладов, полученных от двух компаний через год. Найти $E\xi$, $D\xi$.

6. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины ξ . Требуется: 1. Определить коэффициент А; 2. Найти $E\xi$; 3. Найти $P(\alpha < \xi < \beta)$,

$$\text{если } p(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ A(x+1), & 2 \leq x \leq 4, \alpha=3, \beta=3,5. \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Типовой вариант теста (6 семестр)

1. В таблице дискретного статистического распределения, построенного по выборке, отсутствует одна цифра. Это цифра

x_j	10	25	32	74
p_j	0,31	0,29	0,x5	0,15

- А) $x=1$
- Б) $x=2$
- В) $x=0$
- Г) $x=3$

2. Дан интервальный ряд статистического распределение выборки:

x_j	-1-0	0-1	1-2	2-3
n_j	30	70	80	20

Медиана выборки равна

- А) 1,5
- Б) 0,5
- В) 1
- С) 2

3. В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором получены следующие результаты: 8, 9, 11, 12. Выборочное среднее, выборочная дисперсия σ^2 и исправленная дисперсия S^2 равны:

- А) 9; 2,5; 3,(3)
- Б) 10; 25; 5
- В) 10; 25; 5
- В) 9; 25; 5

4. Дана выборка объема n : x_1, x_2, \dots, x_n . Исправленная дисперсия находится по следующей формуле:

А) $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2$

Б) $S^2 = \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i$

В) $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

Г) $S^2 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

5. Дана выборка объема n : x_1, x_2, \dots, x_n . Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, то выборочное среднее

- А) увеличится в 5 раз;
- Б) уменьшится в 5;
- В) не изменится;
- Г) увеличится на 5.

6. Оценкой генеральной средней нормально распределенного признака при известном стандартном отклонении будет интервал:

А) $\bar{x} - t_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}$;

Б) $\bar{x} - u_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + u_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

В) $\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

Г) $\bar{x} - t_{1-\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}$.

7. Рассматривается интервальная оценка генеральной средней в нормальном распределении. Длина интервала меньше при одном и том же уровне доверия в случае

- А) не зависит от объема выборки;
- Б) при меньшем объеме выборке;
- В) при большем объеме выборке;
- Г) не зависит от объема выборки, а зависит от исправленной дисперсии выборки.

8. Статистика $K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$, используемая в процедуре проверки гипотез

о виде распределения, имеет распределение

- А) Фишера -Снекедора
- Б) $N(0;1)$
- В) t-Стъюдента
- Г) χ^2 -Пирсона

9. Гипотеза о равенстве средних, при условии нормального распределения признака, проверяется:

- А) по χ^2 -критерию;
- Б) по критерию Бартлетта;
- В) методом дисперсионного анализа;
- Г) по t-критерию Стъедента.

10. Имеется две генеральные совокупности. Для исследования их дисперсий из каждой из них произведена выборка, объемом n_1 и n_2 соответственно. При проверке нулевой гипотезы, состоящей в том, что $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, для уровня значимости α используется статистика

- А) $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$, S_1^2 , S_2^2 – выборочные дисперсии для первой и второй выборки;
- Б) $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$, S^2 – сумма квадратов отклонений по обеим выборкам, имеющая распределение χ^2_{n-1} ;
- В) $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$, S_1^2 , S_2^2 – исправленные выборочные дисперсии;
- Г) $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$, S^2 – исправленная выборочная дисперсия.

11. При исследовании корреляционной зависимости по данным 100 предприятий между капиталовложениями X (млн. руб.) и выпуском продукции Y (млн. руб.) получены следующие уравнения регрессии: $y = 1,2x + 2$ и $x = 0,6y + 2$. Для аналогичных предприятий среднее значение для необходимого капиталовложения, чтобы получить выпуск продукции в 1 млн.руб., составляет

- А) 3,6 млн.руб.;
- Б) 3,2 млн.руб.;
- В) 2,2 млн.руб.;
- Г) 2,6 млн.руб.

12. Задана корреляционная таблица

Y/X	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
1-3	4				
3-6		3	1	1	
6-9		1	4	5	2
9-12				1	7
12-15					1

Наиболее правдоподобное соотношение между X и Y

- А) $r=1$; Б) $r>0$; В) $r=0$; Г) $r=-1$.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета и экзамена с использованием следующих оценочных материалов.

Типовой вариант теста (7 семестр)

1. Если случайный процесс является стационарным в широком смысле, то
- а) он является также стационарным в узком смысле

- б) его дисперсии конечны
 - в) корреляционная функция положительна
 - г) математическое ожидание не зависит от времени, а корреляционная функция зависит от разности аргументов
2. *Укажите тип случайного процесса, наиболее адекватно описывающий количество людей, стоящих в очереди.*
- а) процесс с независимыми значениями
 - б) процесс с независимыми приращениями
 - в) цепь Маркова с дискретным временем
 - г) цепь Маркова с непрерывным временем
 - д) гауссовский процесс
3. *Какой случайный процесс является математической моделью броуновского движения?*
- а) гауссовский процесс
 - б) процесс Пуассона
 - в) цепь Маркова с дискретным временем
 - г) винеровский процесс
 - д) цепь Маркова с непрерывным временем
4. *Случайный процесс $\{\xi_t\}$ с независимыми приращениями, если*
- а) он является также винеровским;
 - б) для любых $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n$ случайные величины $\xi(t_{i+1}) - \xi(t_i)$, $i=1, 2, \dots, n$, независимы в совокупности
 - в) математическое ожидание равно постоянной
 - г) корреляционная функция положительна
5. *Вероятность поглощения в задаче полубесконечного случайного блуждания на прямой с поглощающим экраном*
- а) всегда равна единице
 - б) никогда не равна единице
 - в) всегда равна нулю
 - г) никогда не равна нулю
6. *В случае независимости состояний цепи Маркова*
- а) переходные вероятности постоянны
 - б) строки матрицы переходных вероятностей различны
 - в) определитель матрицы переходных вероятностей равен 1
 - г) все строки матрицы переходных вероятностей одинаковы
7. *Однородная цепь Маркова с дискретным временем исчерпывающе характеризуется*
- а) матрицей переходных интенсивностей
 - б) матрицей переходных вероятностей
 - в) корреляционной функцией
 - г) одномерной функцией распределения
8. *Производится серия опытов, в каждом из которых подбрасываются две монеты. Обозначим через S_1 -выпадение двух гербов; S_2 – выпадение герба и решки; S_3 – выпадение двух решек. Матрица переходных вероятностей имеет вид:*

$$а) \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}; б) \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}; в) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; г) \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

9. Для однородной цепи Маркова вектор вероятности состояний после n шагов равен:

- а) произведению вектора вероятностей состояний после $(n-1)$ шагов на матрицу переходных вероятностей
- б) произведению матрицы переходных вероятностей в n -ой степени
- в) произведению матрицы переходных вероятностей на вектор вероятностей состояний после $(n-1)$ шагов
- г) вектору вероятностей состояний в n -ой степени

10. Задана матрица переходных вероятностей для цепи Маркова $\begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}$. Матрица

перехода на втором шаге равна:

- а) $\begin{pmatrix} 0,04 & 0,16 \\ 0,49 & 0,09 \end{pmatrix}$
- б) $\begin{pmatrix} 0,60 & 0,40 \\ 0,35 & 0,65 \end{pmatrix}$
- в) $\begin{pmatrix} 0,2 & 0,7 \\ 0,8 & 0,3 \end{pmatrix}$
- г) $\begin{pmatrix} 0,6 & 0,35 \\ 0,4 & 0,65 \end{pmatrix}$

11. Пусть в начальный момент времени система с равной вероятностью находится в одном из возможных состояний, изображаемых точкой на оси ox : $x=-1$ – состояние S_1 ; $x=0$ – состояние S_2 ; $x=1$ – состояние S_3 ; $x=2$ – состояние S_4 . В зависимости от случая точка может перемещаться вправо или влево на единичное расстояние: вправо с вероятностью $1/6$, влево с вероятностью $5/6$. Из состояний S_1 и S_4 перемещения невозможны. Вероятности на втором шагах равны:

- а) $(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4})$;
- б) $(\frac{11}{24}; \frac{5}{24}; \frac{1}{24}; \frac{7}{24})$;
- в) $(\frac{13}{144}; \frac{5}{144}; \frac{5}{144}; \frac{91}{144})$;
- г) $(1; 0; 0; 0)$.

12. Вероятность разорения при игре в «орлянку» с бесконечно богатым соперником

- а) равна единице
- б) меньше единицы
- в) равна нулю
- г) меньше единицы, но больше нуля

13. Два дуэлянта поочередно стреляют друг в друга. Вероятность попадания в соперника стреляющим первым дуэлянтом при каждом выстреле равна $0,2$, вторым – $0,5$. Дуэль продолжается до первого попадания. Найти вероятность «выигрыша» первого дуэлянта.

- а) $0,2$
- б) $5/13$

в) 0,5

г) 2/5

д) другой ответ

14. ЭВМ может находиться в одном из следующих состояний: S_1 – исправна, работает; S_2 – неисправна (остановлена) и идет поиск неисправности; S_3 – неисправность обнаружена и идет ремонт; S_4 – ремонт закончен и идет подготовка к пуску. Известно: среднее время безотказной работы ЭВМ равно 12 часам; для ремонта ее приходится останавливаться в среднем на 6 часов; поиск неисправностей длится в среднем 0,5 часа; подготовка к пуску занимает 1 час. Предельные вероятности состояний рассматриваемой системы равны:

а) $p_1=24/39$; $p_2=1/39$; $p_3=12/39$; $p_4=2/39$.

б) $p_1=1/2$; $p_2=1/48$; $p_3=1/4$; $p_4=1/24$.

в) $p_1=2/3$; $p_2=1/3$; $p_3=1/9$; $p_4=2/9$.

г) $p_1=2/9$; $p_2=1/9$; $p_3=5/9$; $p_4=1/9$.

15. Цепь Маркова задана матрицей переходных вероятностей $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Стационарное

распределение вероятностей равно:

а) $(1/2; 1/4)$;

б) $(1/2; 5/2)$;

в) $(1/4; 3/4)$;

г) $(2/3; 1/3)$.

16. Имеется случайное блуждание по одномерной целочисленной решетке, где $p_{i,i+1}=p$, $p_{i,i-1}=q$ для всех целых i . Вероятность $p_{00}^{(2n)}$ равна:

а) 1;

б) 0;

в) p ;

г) $C_n^{2n} p^n q^n$.

17. Распределение числа событий, произошедших за равные промежутки времени в простейшем потоке событий описывается

а) распределением Пуассона

б) формулой Эрланга

в) показательным распределением

г) гауссовским распределением

д) равномерным распределением

18. К какому процессу относится матрица плотностей вероятностей переходов из одного состояния в другое ?

$$\begin{pmatrix} -\lambda_{12} & \lambda_{21} & 0 & 0 \\ \lambda_{12} & -(\lambda_{21} + \lambda_{23}) & \lambda_{32} & 0 \\ 0 & \lambda_{23} & -(\lambda_{32} + \lambda_{34}) & \lambda_{43} \\ 0 & 0 & \lambda_{34} & -\lambda_{43} \end{pmatrix}$$

а) процессу гибели и размножения

б) процессу с независимыми приращениями

в) цепи Маркова с дискретным временем

г) гауссовскому процессу

д) винеровскому процессу

19. Задача Коши для системы уравнений Колмогорова имеет

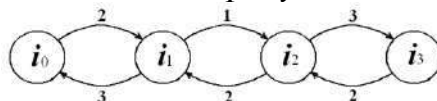
а) всегда неотрицательное решение

б) только положительные решения

в) нулевые решения

г) положительные и отрицательные решения.

20. Граф состояний системы представлен на рисунке.



Система линейных алгебраических уравнений для предельных вероятностей имеет вид:

а)
$$\begin{cases} -2p_0 + 3p_1 = 0 \\ 2p_0 - 4p_1 + 2p_2 = 0 \\ p_1 - 5p_2 + 2p_3 = 0 \\ 3p_2 - 2p_3 = 0 \\ 2p_0 + p_1 + 3p_2 - 7p_3 = 0 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} -2p_0 + 3p_1 = 0 \\ 2p_0 - 3p_1 + 2p_2 = 0 \\ p_1 - 5p_2 + 2p_3 = 0 \\ 3p_2 - 2p_3 = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} -2p_0 + 3p_1 = 0 \\ 2p_0 - 4p_1 + 2p_2 = 0 \\ p_1 - 5p_2 + 2p_3 = 0 \\ 3p_2 - 2p_3 = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases}$$

г).
$$\begin{cases} -2p_0 + 3p_1 = 0 \\ 2p_0 - 3p_1 + 2p_2 = 0 \\ p_1 - 3p_2 + 2p_3 = 0 \\ 3p_2 - 2p_3 = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases}$$

Вопросы к зачету с оценкой (5 семестр)

- 1) Пространство элементарных событий. Алгебра событий.
- 2) Равновозможные исходы. Классическое определение вероятности.
- 3) Применение элементов комбинаторики к подсчету вероятностей.
- 4) Геометрическая вероятность.
- 5) Статистическая вероятность.
- 6) Аксиоматика теории вероятностей.
- 7) Равносильность расширенной аксиомы сложения и аксиомы непрерывности.
- 8) Условные вероятности. Теорема умножения.
- 9) Независимость событий.

- 10) Формула полной вероятности, формулы Байеса.
- 11) Независимые испытания. Схема Бернулли.
- 12) Независимые испытания. Схема Пуассона.
- 13) Локальная теорема Муавра-Лапласа.
- 14) Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
- 15) Приложения интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
- 16) Случайные величины. Индикаторы. Закон распределения случайной величины.
- 17) Примеры законов распределения дискретных случайных величин.
- 18) Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
- 19) Числовые характеристики дискретных случайных величин. Моменты. Дисперсия. Стандартное отклонение.
- 20) Многомерные законы распределения. Независимость дискретных случайных величин.
- 21) Непрерывные случайные величины. Функция распределения.
- 22) Плотность распределения вероятностей случайной величины и ее свойства.
- 23) Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
- 24) Нормальное распределение.
- 25) Показательное распределение.
- 26) Равномерное распределение.
- 27) Системы случайных величин. Функция распределения системы случайных величин.
- 28) Плотность вероятности системы случайных величин.
- 29) Зависимые и независимые случайные величины.
- 30) Моменты, математическое ожидание, дисперсия системы случайных величин.
- 31) Корреляция и ковариация системы случайных величин.
- 32) Правило трех сигм.
- 33) Предельные теоремы: неравенство Чебышева.
- 34) Предельные теоремы: теорема Чебышева.
- 35) Закон больших чисел. Теорема Хинчина, теорема Бернулли
- 36) Усиленный закон больших чисел.

Вопросы к зачету (6 семестр)

1. Предмет математической статистики, задачи статистики. Предварительная обработка выборки.
2. Точечные оценки параметров распределения.
3. Требования, предъявляемые к оценкам параметров: несмещенность, состоятельность.
4. Требования, предъявляемые к оценкам параметров: эффективность.
5. Достаточные статистики.
6. Критерий факторизации.

7. Улучшение несмещенных оценок.
8. Методы получения оценок: метод моментов.
9. Методы получения оценок: метод максимального правдоподобия.
10. Сущность задачи интервального оценивания. Коэффициент доверия.
11. Доверительный интервал для математического ожидания при известном σ .
12. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном σ .
13. Доверительный интервал для дисперсии.
14. Статистические гипотезы. Общие понятия. Методики проверки.
15. Проверка гипотез о сравнении с эталоном.
16. Проверка гипотезы о законе распределения. Критерий χ^2 .
17. Задачи регрессионного и корреляционного анализа.
18. Введение в регрессионный анализ. Модельные уравнения регрессии.
19. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов.
20. Коэффициент корреляции. Эмпирический коэффициент корреляции.
21. Свойства коэффициента корреляции.
22. Проверка гипотез о значимости коэффициента корреляции.
23. Оценка точности нахождения оценок коэффициентов линейного уравнения регрессии.

Вопросы к экзамену (7 семестр)

1. Классические задачи, иллюстрирующие необходимость построения теории случайных процессов. Понятие случайного процесса.
2. Классификация случайных процессов. Процесс с независимыми приращениями. Мартингалы.
3. Классификация случайных процессов. Марковские процессы. Стационарные случайные процессы.
4. Классификация марковских случайных процессов.
5. Понятие дискретной цепи Маркова и ее вероятностных характеристик.
6. Вероятностная структура однородной цепи Маркова (вывод формулы $p(n)=p(0)P^n$).
7. Определение вероятности перехода цепи Маркова за m шагов.
8. Примеры цепей Маркова.
9. Классификация состояний цепи Маркова.
10. Критерий возвратности. Применение критерия возвратности к одномерному случайному блужданию по целочисленной решетке.
11. Предельная теорема для конечных цепей Маркова.
12. Понятие марковского процесса и основных его вероятностных характеристик.
13. Вывод дифференциальных уравнений Колмогорова. Составление уравнений Колмогорова с использованием графа состояний.
14. Эргодические свойства однородных марковских случайных процессов.
15. Определение предельных вероятностей состояний марковского процесса для двух состояний.
16. Понятие пуассоновского процесса. Примеры пуассоновского процесса.

17. Утверждение о распределении промежутков времени и моментов времени для пуассоновского распределения.
18. Понятие процесса чистого рождения. Теорема Феллера для процесса чистого рождения.
19. Процесс рождения и гибели.
20. Процессы массового обслуживания. Основные понятия и классификация СМО.
21. Характеристики простейшего потока. Основные свойства простейшего потока. Время ожидания и время обслуживания.
22. Принципы построения моделей массового обслуживания.
23. Основные характеристики систем массового обслуживания с отказами. Уравнения Эрланга.
24. Основные характеристики систем массового обслуживания с ожиданием.
25. Понятие мартингала, субмартингала, супермартингала. Свойства мартингала, субмартингала, супермартингала
26. Разложение Дуба.
27. Тождество Вальда. Доказательство тождества Вальда по Колмогорову-Прохорову.
28. Применение тождества Вальда для случайного блуждания.
29. Теорема Дуба о преобразовании свободного выбора.
30. Неравенство Дуба для максимального значения мартингала.

IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Основная литература

1. Кацман, Ю. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы : учебник / Ю. Кацман ; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2013. – 131 с.: ил., табл., схем. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=442107> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4387-0173-6. – Текст : электронный.
2. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. : табл. - ISBN 5-238-00560-1; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721> .

4.2. Дополнительная литература

3. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукоусев. – 3-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173>.

4. Булинский, А.В. Теория случайных процессов : [16+] / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. – Москва : Физматлит, 2005. – 403 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68121> . – ISBN 978-5-9221-0335-0. – Текст : электронный
5. Кибзун, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами : учебное пособие / А.И. Кибзун, Е.Р. Горяинова, А.В. Наумов ; ред. А.И. Кибзун. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2007. - 232 с. - ISBN 978-5-9221-0836-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69320>.
6. Монсик, В. Б. Вероятность и статистика : учебное пособие / В. Б. Монсик, А. А. Скрынников. - 4-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 382 с. - ISBN 978-5-00101-858-2. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/6463.html>
7. Мацкевич, И.Ю. Теория вероятностей и математическая статистика: практикум / И.Ю. Мацкевич, Н.П. Петрова, Л.И. Тарусина. – Минск : РИПО, 2017. – 200 с. [Электронный ресурс].. – Режим доступа: URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=487930>
8. Соколов, Г.А. Теория случайных процессов для экономистов : учебное пособие / Г.А. Соколов. – Москва : Физматлит, 2010. – 208 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69334> . – ISBN 978-5-9221-1100-3. – Текст : электронный.
9. Теория систем массового обслуживания : учебное пособие : [16+] / сост. А.В. Шапошников, В.В. Бережной, А.М. Лягин, А.А. Плетухина и др. – Ставрополь : Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2017. – 134 с. : ил. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483842> . – Библиогр. в кн. – Текст : электронный.

V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ре- сурс	Наименование разра- ботки в электронной форме	Доступность
1.	http://mathedu.ru	Математическое образова- ние: прошлое и настоящее (сайт с ЭБ, включающей до- революционные источники, литературу советского пери- ода)	Свободный доступ.
2	http://www.iprbookshop.ru/	Электронно-библиотечная система (ЭБС)	Регистрация через лю- бой университетский компьютер. В дальней- шем индивидуальный

			неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
3.	http://www.exponenta.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
4.	http://www.matclub.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
5.	http://www.fismat.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
6.	http://www.mathnet.ru	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
7.	http://www.krugosvet.ru	Электронная энциклопедия, в которой представлен материал по основным математическим терминам, а также биографические данные об известных математиках.	Свободный доступ
8.	http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/Books.htm	Математическая библиотека, постоянно пополняемое собрание университетских учебников, исследований по математическому анализу, алгебре, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальным уравнениям, математической физике.	Неограниченный доступ
9.	http://ilib.mccme.ru	ЭБ с книгами по математике.	Свободный доступ.

VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	http://www.biblioclub.ru	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем предоставляется неограниченный индивидуальный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	www.garant.ru	Информационно-правовой портал	Свободный доступ

3.	www.elibrary.ru	Российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования	Свободный доступ
4.	www.consultant.ru	Российская компьютерная справочно-правовая система	Свободный доступ

VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.