



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.01.ДВ.01.01 Алгоритмы и численные методы
решения математических задач

Направление подготовки: 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль): Информационные технологии в технических системах

Квалификация (степень): бакалавр

Форма обучения: очная

Институт: математики, естествознания и техники

Кафедра: математики и методики её преподавания

| | очная форма | очно-заочная форма | заочная форма |
|------------------|-------------|--------------------|---------------|
| Курс | 3 | | |
| Семестр/триместр | 5 | | |

| | | | |
|------------------------------------|---------------|--|--|
| Лекции | 36 | | |
| Лабораторные занятия | — | | |
| Практические (семинарские) занятия | 36 | | |
| в т. ч. практическая подготовка | 2 | | |
| Форма(ы) промежуточной аттестации | Экзамен – 0,3 | | |
| Контроль | 9 | | |
| Иные формы работы | — | | |
| Самостоятельная работа | 62.7 | | |

Всего часов: 144

Трудоемкость: 4 зачетных единицы.

Разработчик рабочей программы:

кандидат физико-математических наук, ст. преподаватель К.С. Елецких

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель изучения дисциплины: формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по основам применения численных методов для решения различных задач. Кроме того, целью освоения дисциплины является ознакомить студентов с приближенными методами для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, возникающих при работе с данными и сформировать у студентов практические навыки работы с данными и приближенного решения частых практических задач в области машинного обучения, оптимизации и имитационного моделирования.

Задачи изучения дисциплины:

-формирование навыков в области создания алгоритмов численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники;

-развитие способности понимать логику и смысл вычислительных операций, процедур и методов численного решения математических задач;

-изучение основных методов к постановке и проведению численных и экспериментальных исследований естественнонаучных и научно-технических проблем, разработке теории численных методов, анализу и обоснованию алгоритмов, вопросов, а также разработки численных методов, способствующих повышению эффективности вычислений и отражающих рост производительности современных ЭВМ.

Место дисциплины в структуре ОПОП: реализуется в рамках вариативной части блока Б1. Дисциплины (модули).

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

| Код компетенции | Индикаторы компетенции | Планируемые результаты обучения по дисциплине |
|---|---|---|
| ПКС-1 Способен выполнять работы и управлять работами по созданию, сопровождению и модификации информационных систем | Знать: - архитектуру, устройство и функционирование информационных и вычислительных систем; - инструменты и методы проектирования и верификации архитектуры информационных систем; - основы и возможности современных операционных систем, сетевые протоколы; - современные объектно-ориентированные языки программирования; - основы программирования, | Знает: -основные приближенные методы для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, их ограничения и области применения, классы задач вычислительной математики и их постановки, способы построения численных методов, источники ошибок, понимание сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения задач математического анализа и линейной алгебры; |

| | | |
|--|---|---|
| | <p>языки программирования и работы с базами данных;</p> <ul style="list-style-type: none"> - теорию баз данных, основы современных систем управления базами данных; - источники информации, необходимой для профессиональной деятельности; - современный отечественный и зарубежный опыт в профессиональной деятельности; - основы информационной безопасности организации. | |
| | <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проектировать и проверять информационные системы; - разрабатывать и верифицировать структуры баз данных; - устанавливать права доступа к файлам и папкам. | <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - реализовывать изученные алгоритмы в программном коде, выделять подзадачи, требующие приближенного численного решения, - конструировать вычислительный алгоритм и реализовывать его, получать и использовать на практике априорные и апостериорные оценки, ориентироваться в математическом аппарате, используемом для построения методов, - работать со справочной литературой, тестировать и проводить сравнительный анализ разных методов решения типовых задач; |
| | <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - разработкой и верификацией структуры программного кода информационных систем; - разработкой и верификацией структуры баз данных информационных систем; - методологией ведения документооборота в организациях, отраслевой нормативной технической документацией; системой классификации и кодирования информации. | <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками использования методов приближенного решения, применять их при моделировании реальных ситуаций; - методами приближенного решения, применяет их при моделировании реальных ситуаций. |

II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся

с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

Очная форма обучения

| № п/п | Наименование разделов и тем | Всего | Аудиторные занятия | | | Сам. раб. |
|----------|---|-------------|--------------------|-----------|----|--------------|
| | | | ЛК | ПЗ | ЛБ | |
| | Раздел 1. Прямые методы решения систем линейных уравнений (СЛАУ) | 24 | 6 | 6 | | 12 |
| 1 | Тема 1. Постановка задачи о решении СЛАУ. Число обусловленности матриц. Решение простейших СЛАУ. | 8 | 2 | 2 | | 4 |
| 2 | Тема 2. Теорема о LDR-разложении матрицы, использование разложения и его модификаций для решения СЛАУ. Алгоритм LU-разложения с выбором ведущего элемента. | 8 | 2 | 2 | | 4 |
| 3 | Тема 3. QR-разложение матрицы и его использование для решения СЛАУ. Матрицы отражения и их свойства. Матрицы вращения и их свойства. QR-разложение с помощью ортогональных матриц (матриц вращения и матриц отражения) для решения СЛАУ | 8 | 2 | 2 | | 4 |
| | Раздел 2. Итерационные методы решения СЛАУ | 24,7 | 6 | 6 | | 12,7 |
| 4 | Тема 4. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ Метод простой итерации решения СЛАУ. Теорема о сходимости и оценка погрешности. | 8,7 | 2 | 2 | | 4,7 |
| 5 | Тема 5. Модификации метода итерации: метод Зейделя, метод релаксации. Теоремы о сходимости метода Зейделя. | 8 | 2 | 2 | | 4 |
| 6 | Тема 6. Теорема о сходимости стационарных итерационных методов. Ее применение в частных случаях. Метод Рундсона решения СЛАУ Градиентный метод решения СЛАУ. | 8 | 2 | 2 | | 4 |
| | Раздел 3. Численные методы аппроксимации табличных функций | 46 | 12 | 12 | | 22 |
| 7 | Тема 7. Постановка задачи о решении о приближении табличных функций. Существование и единственность интерполяционного полинома. Сходимость интерполяционного процесса. | 8 | 2 | 2 | | 4 |
| 8 | Тема 8. Интерполяционный полином в форме Лагранжа и в форме Ньютона. Оценка погрешности интерполяционного полинома. | 14 | 4 | 4 | | 6 |
| 9 | Тема 9. Интерполяционный полином с узлами полиномов Чебышева. Метод наименьших квадратов приближения табличных функций. | 10 | 2 | 2 | | 6 |

| | | | | | | |
|----|--|------------|-----------|-----------|--|-------------|
| 10 | Тема 10. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка. Интерполирование кубическими сплайнами. Естественный интерполяционный кубический сплайн, его минимальные свойств. табличных функций. | 14 | 4 | 4 | | 6 |
| | Раздел 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) | 40 | 12 | 12 | | 16 |
| 11 | Тема 11. Постановка задачи о численном решении ОДУ. Понятие о сходимости и устойчивости методов численного решения ОДУ. Общая характеристика методов Рунге-Кутты. | 12 | 4 | 4 | | 4 |
| 12 | Тема 12. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка, вывод общей формулы, частные случаи Оценка погрешности методов Рунге-Кутты. | 14 | 4 | 4 | | 6 |
| 13 | Тема 13. Методы контроля локальной вычислительной погрешности при решении ОДУ. | 10 | 4 | 4 | | 6 |
| | <i>Экзамен</i> | 9,3 | | | | |
| | <i>Итого за 5 семестр</i> | <i>144</i> | <i>36</i> | <i>36</i> | | <i>62,7</i> |
| | <i>В т.ч. практическая подготовка</i> | <i>2</i> | | | | |
| | ИТОГО: | 144 | 36 | 36 | | 62,7 |

Очно-заочная форма обучения не реализуется
Заочная форма обучения не реализуется

III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста, реферата.

Типовые варианты контрольных работ **Контрольная работа №1** **5 семестр, очная форма обучения**

1. Вычислить значение функции u и ее предельные абсолютную и относительную погрешности, если известны погрешности ее аргументов. Найти количество верных значащих цифр функции u (в широком и узком смысле). Параметры m и k заданы точно. Данные брать из таблицы.

| № | u | x | y | m | k |
|---|---------------------------|------------------|-----------------|-----|-----|
| 1 | $m \sin(x + ky)$ | $3,15 \pm 0,02$ | $1,15 \pm 5\%$ | 2 | 1,5 |
| 2 | $m \sin x + \cos(1 + ky)$ | $1,25 \pm 0,002$ | $1,26 \pm 10\%$ | 3 | 1,6 |

2. Определить корни уравнения графически и уточнить один из них итерационными методами (методом деления отрезка пополам, методом Ньютона, методом простой итерации) с точностью 0,01:

1. $x^3 + 2x + 2 = 0$

2. $x^3 - 2x + 2 = 0$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса или обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -1 \\ 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 8 \end{cases}$$

4. Решить СЛАУ итерационными методами с точностью 0,01 при заданном начальном приближении (0,7m; 1; 2; 0,5):

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3m \\ x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = m - 6 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 15 - m \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = m + 2 \end{cases}$$

где m – номер варианта.

5. Решить систему уравнений методом прогонки (или итерационным методом с точностью 0,01):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 0,5x_3 = 0 \\ x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

где m – номер варианта.

Контрольная работа №2 **5 семестр, очная форма обучения**

1. Решить систему нелинейных уравнений одним из итерационных методов (методом Ньютона, простых итераций, Зейделя) с точностью 0,01:

$$\begin{cases} \sin(x - 1) = 1,3 - y \\ x - \sin(y + 1) = 0,8 \end{cases}$$

2. Построить интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона по заданным точкам:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | 3 | 4 |
| y | 1 | 2 | 1 |

3. Найти значение функций, заданных таблично при $x=1,1$ с помощью кубического сплайна.

| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,0 | 1,0 | 1,1 | 0,9 | 0,9 | 0,8 | 1,1 | 1,0 | 1,2 | 1,2 | 1,1 |
| 1,2 | 2,1 | 2,2 | 2,0 | 1,9 | 2,0 | 2,2 | 2,1 | 1,8 | 2,0 | 1,9 |
| 1,4 | 2,9 | 3,2 | 3,0 | 3,2 | 2,9 | 3,2 | 3,1 | 3,2 | 3,0 | 3,2 |
| 1,6 | 3,8 | 4,2 | 3,8 | 3,8 | 4,2 | 4,2 | 3,8 | 4,1 | 3,8 | 3,8 |
| 1,8 | 5,2 | 5,2 | 5,1 | 5,1 | 5,2 | 5,1 | 5,2 | 5,2 | 5,0 | 4,9 |
| 2,0 | 5,9 | 6,0 | 5,8 | 6,1 | 5,8 | 5,9 | 6,2 | 6,1 | 6,1 | 5,8 |

4. Вычислить интеграл, используя квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол (Симпсона), при заданном числе интервалов n :

$$\int_{-2}^4 (2x^2 - \sqrt{x+2}) dx \quad n = 6$$

5. Решить задачу Коши методом Эйлера, модифицированным методом Эйлера и методом Рунге-Кутты на заданном отрезке:

$$y' = 3 + 2x - y \quad y(0) = 2, \quad x \in [0; 1], \quad h = 0,2$$

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена с использованием следующих оценочных материалов.

Вопросы к экзамену 5 семестр, очная форма обучения

1. Постановка задачи о решении СЛАУ. Решение простейших СЛАУ
2. Понятие о числе обусловленности матрицы
3. Решение СЛАУ методами, основанными на триангуляции матрицы системы. Теорема о LDR-разложении. LU-разложение для решения СЛАУ общего вида.
4. LDLT- разложение для симметричной матрицы. Метод квадратного корня решения СЛАУ для симметричной матрицы
5. Методы решения СЛАУ, основанные на QR-разложении
6. QR-разложение с использованием ортогональных матриц отражения и вращения.
7. Метод ортогонализации решения СЛАУ для матрицы общего вида
8. Характеристика итерационных методов решения СЛАУ
9. Метод простых итераций решения СЛАУ. Теорема о сходимости. Оценка погрешности.
10. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простых итераций решения СЛАУ
11. Модификации метода итераций решения СЛАУ (алгоритмы метода Зейделя, метода релаксации.)
12. Теорема о сходимости и оценка погрешности метода Зейделя.
13. Применение теоремы о сходимости стационарных итерационных процессов для решения СЛАУ с симметричной положительно-определенной матрицей.

14. Градиентный метод решения СЛАУ.
15. Постановка задачи о приближении табличных функций
16. Существование и единственность интерполяционного полинома
17. Интерполяционный полином в форме Ньютона и в форме Лагранжа
18. Конечные разности и разделенные разности и их использование для представления интерполяционного полинома.
19. Оценка погрешности интерполяционного полинома в форме Лагранжа
20. Интерполяционный полином с чебышевскими узлами
21. Приближение табличных функций методом наименьших квадратов
22. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка
23. Интерполирование кубическими сплайнами.
24. Естественный кубический сплайн, его минимизирующие свойства.
25. Постановка задачи численного решения ОДУ.
26. Вычислительная схема для решения ОДУ: сходимость и устойчивость
27. Методы Рунге-Кутты. Общая характеристика.
28. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка. Общая формула.
29. Частные случаи методов Рунге-Кутты 2-ого порядка.
30. Практическое использование методов Рунге-Кутты. Оценка Рунге.

IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Основная литература

1. Орешкова, М. Н. Численные методы: теория и алгоритмы : учебное пособие / М. Н. Орешкова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 120 с. : схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436397> (дата обращения: 24.11.2021). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-01040-1. – Текст : электронный.

2. Формалев, В. Ф. Численные методы : учебник / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников. – Москва : Физматлит, 2006. – 399 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69333> (дата обращения: 24.11.2021). – ISBN 5-9221-00479-9. – Текст : электронный.

4.2. Дополнительная литература

1. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы : учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов, К. Р. Хабибуллина ; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2018. – 92 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500887> (дата обращения: 24.11.2021). – Библиогр.: с. 88. – ISBN 978-5-7882-2427-5. – Текст : электронный

2. Балабко, Л. В. Численные методы : учебное пособие / Л. В. Балабко, А. В. Томилова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В.

Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2014. – 163 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436331> (дата обращения: 24.11.2021). – ISBN 978-5-261-00962-7. – Текст : электронный.

V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| № пп | Ссылка на информационный ресурс | Наименование разработки в электронной форме | Доступность |
|-----------------|---|--|---|
| 1. | http://www.biblioclub.ru | Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн | Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет |
| 2 | http://www.exponenta.ru | Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки | Неограниченный доступ |
| 3 | https://www.matburo.ru/ | Справочная информация по математическим дисциплинам | Неограниченный доступ |
| 4 | http://allmath.ru | Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика. | Неограниченный доступ |
| 5 | http://www.e.lanbook.com | Издательство «Лань» | Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ/ |
| 6 | <u>ЭБС «Юрайт»</u> | Виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по экономическим, юридическим, гуманитарным, инженерно-техническим и естественно-научным направлениям и | biblio-online.ru Доступ после регистрации |

| | | | |
|--|--|-----------------|--|
| | | специальностям. | |
|--|--|-----------------|--|

VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

| | | | |
|---|--|---|--|
| 1 | <u>zbMATH</u> | Математическая база данных, охватывающая около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, физике, естественным наукам | Доступ свободный <u>zbmath.org</u> Доступ свободный |
| 2 | Официальный сайт Министерства экономического развития РФ | | <u>http://www.economy.gov.ru</u> Доступ свободный |
| 3 | Федеральный портал «Бюро экономического анализа» | Проведение экспертно-аналитических работ и предоставление консультационных услуг в области экономической политики. | <u>http://www.beafnd.org</u> Доступ свободный |

VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.