МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

Т.А. Щучка, Л.Н. Александрова, Н.А. Гнездилова

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИКТ

Учебное пособие

Елец – 2019

УДК 371.31
ББК 74.202
Щ 99

Печатается по решению редакционно-издательского совета Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина от 31.01.2019, протокол №1

Рецензенты:

К.А. Ротобыльский, кандидат педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой информационно-технологического образования ГАУДПО ЛО «Институт развития образования»,

О.Н. Поваляева, кандидат педагогических наук, доцент кафедры педагогики и образовательных технологий, ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет имени И.А.Бунина»

Т.А. Щучка, Л.Н. Александрова, Н.А. Гнездилова

Щ 99 Информационные технологии в науке и образовании. Обработка экспериментальных данных с использованием ИКТ: учебное пособие. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А.Бунина, 2019. – 83 с.

ISBN 978-5-00151-052-9

Издание представляет возможности ИКТ – средств для обработки экспериментальных данных при выполнении научно-исследовательской деятельности.

Учебное пособие предназначено обучающимся и преподавателям образовательной организации для использования в учебной и профессиональной деятельностях.

УДК 371.31
ББК 74.202

ISBN 978-5-00151-052-9

ВВЕДЕНИЕ

Информация играет ключевую роль в развитии современного общества, являясь движущей силой эволюции социума. Объемы воспринимаемой и транслируемой информации растут небывалыми темпами, а ее характер становится все более разнообразным. В связи с этим возникает потребность применения математических методов и средств (графиков, формул) обработки информации, что наиболее актуально для данных, полученных эмпирическим, в том числе экспериментальным, путем.

Наиболее общая интерпретация понятия «эксперимент» предполагает рассмотрение его в качестве метода, обеспечивающего разностороннее исследование какого-либо объекта в какой-либо предметной области с целью получения о нем новой информации, подтверждения или опровержения гипотезы о его свойствах.

Ввиду необходимости фиксации и анализа большого количества данных, получаемых в ходе эксперимента, человек стремится максимально автоматизировать этот процесс, переводя деятельность по обработке материалов эксперимента в электронный формат.

В большинстве методических рекомендаций по обработке экспериментальных данных предлагается перевод этих данных в статистический расчет посредством математической модели. Наряду с этим часто вводят новые термины, в некоторых случаях не имеющие четко сформулированного определения или же разнящиеся в наименованиях в разных источниках. Многим отдельным вопросам обработки экспериментальных данных посвящены опубликованные в научных журналах статьи, которые в большинстве случаев написаны сложным математическим языком со сложными же математическими выкладками.

Необходимо отметить, что в настоящее время есть большое количество разнообразных программ, не требующих академических математических знаний. Для их использования вполне достаточно знания специфики работы с программным продуктом и знаний высшей школы, необходимых для обработки данных, полученных в ходе эксперимента.

Корректность обработки результатов – основополагающее условие успешности проводимого эксперимента, при этом сам процесс обработки данных, как правило, является наиболее сложным этапом реализации рассматриваемого научного метода. В отсутствие грамотно произведенных расчетов с эмпирическими данными эксперимент не может быть признан завершенным.

Как метод научного исследования эксперимент востребован во всех отраслях знания, поскольку позволяет опытным путем осуществить проверку обоснованности выдвинутой гипотезы и с опорой на практику прийти к выводу об истинности или ложности теоретического предположения. Меж тем вопрос о достоверности самих экспериментальных данных может быть решен положительно только при условии их правильной обработки, обеспечивающей минимизацию возможных погрешностей.

Методика аналитической обработки результатов эксперимента предопределяется поставленными перед ним целями. Без глубокого анализа полученных данных становится невозможным всестороннее познание исследуемого объекта, а значит, и прогнозирование динамики его параметров, и целенаправленное воздействие на них для достижения определенного эффекта.

Практически все применяемые в целях обработки результатов эксперимента приемы и методы базируются на основных статистических законах и аксиомах теории вероятностей. Аналогичные выводы можно сделать и относительно критериев достоверности, по которым производится оценка экспериментальных данных на предмет их соответствия друг другу и исследуемому объекту.

Именно поэтому актуализируется значимость математической подготовки исследователей в разных отраслях научного знания.

Помимо использования сложных математических алгоритмов ученый, оценивающий результаты проведенного эксперимента, вынужден прибегать к различным приемам математического моделирования, определять перечень основных и дополнительных параметров конструируемой модели, а также, обращаясь к статистическим способам обработки данных, анализировать их в динамике.

1. Основополагающие понятия в экспериментальных исследованиях

Термин «математическая модель» применяется для обозначения созданного с использованием математических символов специфического представления какого-либо объекта. Целями построения данной модели наравне с исследованием свойств объекта как системы являются прогнозирование их изменений под воздействием различных факторов, а также управление данными динамическими процессами. Анализ математической модели ведет к раскрытию сущностных характеристик рассматриваемого явления. Создание математической модели проходит через четыре основных этапа.

Первый этап характеризуется определением межобъектных связей в рамках исследуемой модели. С этой целью формируется аналитическая база данных как совокупность сопряженных с исследуемым объектом и друг с другом фактов и явлений, сущность, функции и взаимоотношения которых в итоге получают математическое выражение.

Второй этап предполагает постановку задач, продиктованных математической моделью, при этом основополагающей задачей всегда является построение моделей выходных данных, которые впоследствии сопоставляются с параметрами, полученными в ходе непосредственного исследования объекта. В данном контексте актуализируется значимость математического аппарата, к которому прибегает аналитик, работая с математической моделью, а также роль имеющегося в его распоряжении вычислительного оборудования.

Третий этап сопряжен с проверкой соответствия сконструированной ранее модели исследуемому объекту. В данном случае применяется критерий практики как универсальный критерий истинности полученного знания. Перед исследователем встает вопрос о соответствии расчетных параметров модели параметрам объекта, полученным на практике в процессе наблюдения за ним. При этом должна быть учтена погрешность, которая имманентно присуща эмпирическим данным. Величина этой погрешности влияет на определение критерия допустимости расхождений в параметрах модели и реального объекта.

Четвертый – заключительный – этап моделирования заключается в анализе и модернизации сконструированной модели. По мере ускорения научно-технического прогресса многие сведения об объектах реального мира значительно дополняются, уточняются, что в итоге ведет к устареванию математической модели объекта, которое проявляется в выходе разночтений между параметрами самого объекта и параметрами его модели за границы допустимого.

Сущность метода математического моделирования заключается в трансформации исследовательских задач, связанных с познанием конкретного реального объекта, в математические. Специфика данного метода обусловила возрастание его актуальности в эпоху компьютеризации, он положен в основу деятельности по проектированию не только новых технических устройств и оптимальных для них режимов функционирования, но также и принципиально новых для науки и социума явлений. Ранее неоднократно отмечалась роль математических моделей в управлении различными процессами, однако наиболее велика их значимость в автоматизации данной деятельности. Универсальность данных моделей позволяет применять их в самых разных областях и сферах.

В современных условиях процесс построения математической модели сопряжен с постановкой и решением совокупности частных задач, в ряду которых:

– проведение аналитической работы с ошибочными показателями, полученными в результате пропуска или иного сбоя в измерении. Эмпирические данные, с которыми работает исследователь, изначально неоднородны в качественном аспекте. Любые произведенные измерения не могут дать абсолютно точный результат, следовательно, все полученные экспериментальным путем показатели имеют ту или иную погрешность, выход за допустимые пределы которой требует, во-первых, анализа причин возникновения отклонений, а во-вторых, исключения показателя или его корректировки в случае устранения сбоя, приведшего к его искажению. К типичным причинам, обусловливающим получение в ходе эксперимента некорректных значений, следует отнести дисфункциональную работу вычислительных приборов или измерительного оборудования и ошибки самого исследователя при организации эксперимента или проведении замеров. Поскольку искаженные эмпирические данные способны поставить под сомнение окончательные итоги эксперимента, они должны быть своевременно выявлены и исключены из базы данных, на которой строится обоснование результата;

– проверка полученных в ходе эксперимента показателей на соответствие нормальному закону распределения вероятностей. Данная проверка должна быть проведена в отношении всех случайных эмпирических данных, поскольку от подчинения или неподчинения результатов эксперимента названному закону зависит определение конкретной методики дальнейшей обработки экспериментальных показателей, а значит, и построение математической модели исследуемого объекта, максимально адекватной ему. Задача установления природы обрабатываемых эмпирических данных может быть решена с различной степенью глубины и обобщения. Наряду с общими выводами относительно допустимости или недопустимости расхождения точности результатов измерений, их независимости, а также случайности или систематичности погрешности могут быть сделаны выводы, характеризующие статистические свойства обрабатываемых значений, в частности вид закона распределения вероятностей, которому они подчиняются, а также его параметры. При этом решение стоящей перед исследователем задачи предварительной обработки результатов эксперимента требует сочетания узко математического и аналитического подходов, что позволяет учесть специфику процесса проведения эксперимента, используемые с данной целью методики и инструменты;

– выделение однородных групп данных из их общей совокупности, полученной в результате проведения эксперимента. Группировку данных целесообразно проводить в том случае, когда большой объем эмпирической информации значительно усложняет процесс ее обработки. Основой для группировки становятся те характеристики показателей, которые были установлены в ходе решения задачи о подчиненности параметров закону распределения вероятностей;

– слияние групп однородных показателей, различающихся по времени или условиям их получения, в целях последующих совместных анализа и обработки;

– выявление существующих между исследуемыми параметрами статистических связей и взаимовлияния, оценка зависимых переменных, повторяющихся значений, полученных в ходе последовательно проведенных замеров. Одним из способов эффективного решения поставленной задачи может стать выявление корреляционной зависимости между регрессорами (независимыми) и критериальными (зависимыми, результирующими) переменными, что позволяет сформулировать предположения о характере и структуре взаимосвязей переменных величин и элементов конструируемой математической модели исследуемого объекта.

Вышеперечисленный перечень задач, решаемых в процессе обработки экспериментальных данных, не может быть признан исчерпывающим, поскольку наряду с обозначенными общими задачами существуют и частные, примерами которых могут стать преобразование разнородных эмпирических данных, их визуализация с помощью разных методов, способов и инструментов и др.

В процессе обработки эмпирических данных, полученных в ходе исследования какого-либо объекта, возможна корректировка промежуточных целей эксперимента, а также задач, связанных с осуществлением математического моделирования объекта исследования.

В частности, обработка экспериментальных данных может быть сведена к оценке математического ожидания в том случае, когда само исследование нацелено на выявление значения постоянной величины, которое может быть определено в результате серии замеров с использованием оборудования, дающего допустимую и в то же время установленную до начала эксперимента степень отклонений в результатах измерений. В иных обстоятельствах (например, при установлении экспериментальным путем переменной величины с использованием оборудования, погрешности в измерениях которого невозможно просчитать) предварительная обработка эмпирических данных не способна полностью решить исследовательскую задачу, в связи с чем необходимо обращение к методам статистического анализа.

В числе таких методов, которые применяются на этапе обработки, следует указать проверку значимости, методы статистической оценки и статистического анализа. Необходимо отметить, что обоснованно использованные на рассматриваемом этапе методы обработки данных предопределяют результативность всего эксперимента. Именно поэтому востребованным на данном этапе оказывается метод итерации, предполагающий уточнение величин по их приближенным значениям, а следовательно, возврат к анализу ранее обработанных параметров для их корректировки с учетом вновь полученных данных.

Полученные экспериментальным путем числовые массивы, признаваемые в ходе их обработки совокупностью дискретных и непрерывных величин, систематизируются с помощью выборочных оценок, к которым относятся [24]:
дисперсия

$$D_x = \frac{1}{N-1}\sum_{i-1}^{N}(x_i - M_x)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}(x_i - M_x)^2 f(x)dx \quad (1.1)$$

математическое ожидание

$$M_x = \frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N} x_i = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx \quad (1.2)$$

коэффициент эксцесса

$$E = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N}(x_i - M_x)^4}{\sigma^4} - 3 \quad (1.3)$$

коэффициент асимметрии

$$A = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N}(x_i - M_x)^3}{\sigma^3} \quad (1.4)$$

где x_i является показателем значения результата $i -$ ом опыта; $\sigma_x = \pm\sqrt{D}_x$ – среднеквадратичное отклонение, N – число результатов в массиве.

Первые две из рассмотренных выше выборочных оценок дают в качестве производного самостоятельный показатель, измеряемый в процентах, – коэффициент вариации: его расчет производится с использованием нижеприведенной формулы:

$$V = \frac{\sigma_x}{M_x} \cdot 100 \quad (1.5)$$

Поскольку экспериментальные данные в процессе обработки признаются случайной величиной, рассеивание их значений оценивается с использованием специальных инструментов, в роли которых наряду с дисперсией и средним квадратичным отклонением выступает названный выше коэффициент вариации. Данные характеристики оказываются незаменимы, когда результатом опыта становится как неразложимое, так и разложимое случайное событие.

При оценке распределения также характеризуются его скошенность и островершинность. С этой целью используются коэффициенты (соответственно) асимметрии и эксцесса.

Полученные расчетным путем на основании экспериментальных данных характеристики случайных величин и функций отражают сведения, относящиеся только к отдельной части общей совокупности, именуемой выборкой. Элементы, входящие в выборку, не могут измеряться с абсолютной точностью – в любом случае будет иметь место определенная погрешность, размер которой варьируется в зависимости от многих факторов. Таким образом, экспериментально полученный результат с определенной долей приблизительности отражает лишь отдельные параметры исследуемой совокупности.

Резюмируя сказанное, выборочную оценку следует рассматривать как случайную величину, определить которую возможно только с погрешностью, размер которой необходимо контролировать в пределах допустимого, что требует минимизации потенциально возможных ошибок в ходе данного процесса.

Рассчитанные одним из способов числовые характеристики распределения исследуемого экспериментального результата как случайной величины (так называемые моменты распределения) позволяют оценить каждый из параметров генеральной совокупности только в одной конкретной точке, так как используют единственное число. Иными словами, каждый из моментов распределения может быть определен как точечная оценка конкретной (выборочной) величины без ограничения пределов, в которых она (оценка) может колебаться.

Любая точечная оценка как специфическая функция случайной величины, сама по себе также являющаяся случайной величиной, должна отвечать трем ключевым критериям. Первым базовым критерием выступает состоятельность, понимаемая как приближение к истинному параметру (его уточнение) по мере расширения выборки. Несмещенность как второй базовый критерий интерпретируется в качестве отсутствия систематических ошибок, о чем свидетельствует стремление математического ожидания остатков к нулю. Соответствие третьему критерию – эффективности – имеет место при минимизации среднеквадратичного отклонения, то есть при достижении оценкой наименьшего из возможных показателя рассеивания. Эффективность оценки возрастает при снижении показателя дисперсии, который отражает широту интервала рассеивания.

Ряд полученных в ходе эксперимента данных является ошибочным. Доля ошибок в общей совокупности экспериментальных данных предопределяет показатели рассеивания оценки.

Ошибки, выявляемые при оценке конкретной выборки, классифицируются по категориям грубых, случайных и систематических.

В случае, когда какой-либо параметр выборки выходит за рамки допустимых отклонений от центра группирования значений, он классифицируется как грубая ошибка, после чего данное значение исключается из дальнейшей обработки.

При измерении любой физической величины возникают абсолютная и относительная погрешности. Для расчета первой используется формула $\triangle x = x - \overline{x}$, вторая может быть определена с использованием формулы $\frac{\triangle x}{\overline{x}} \cdot 100$. В обеих приведенных формулах истинное значение показателя отражает символ $\overline{x}$. Отклонения от данного значения могут возникнуть под воздействием как систематических (δ), так и случайных (ε) ошибок.

Причиной возникновения систематической ошибки, величина которой для каждого значения выборки является константой, становится используемое при производстве эксперимента техническое оборудование, а также и сам характер экспериментальных действий. Полное устранение систематических ошибок при проведении эксперимента невозможно ввиду того, что любой измерительный прибор дает определенную погрешность. Однако минимизация систематических ошибок в экспериментальных данных является вполне реальной задачей, которая решается путем градуировки датчиков и коррекции методов, применяемых при сборе данных.

Случайными называют такие ошибки, которые возникают вследствие невозможности предугадывания причины, влияющей на их появление. Именно поэтому прогнозирование и самого факта ошибки, и ее размера в каждом конкретном случае является недостижимой целью. Спектр причин, детерминирующих случайную погрешность, весьма широк, однако в большинстве случаев они кроются либо в самом объекте исследования, его чрезмерной динамичности, либо в условиях осуществления экспериментальных замеров. Единственно эффективным методом преодоления случайной погрешности становится увеличение числа замеров для каждого параметра, ибо доказано, что случайные отклонения разнонаправлены, то есть отклоняются от истинного значения как в меньшую, так и в большую стороны, а значит, при суммировании будут компенсировать друг друга, стремясь к нулевому значению.

Разграничение видов ошибок значимо в контексте определения причин их возникновения и реальности устранения последних, однако в действительности при проведении эксперимента зачастую присутствуют ошибки обоих видов, и разграничить их на практике очень трудно. Выход из ситуации видится в учете так называемой суммарной погрешности измерений, исчисляемой по формуле:

$$\varepsilon_{\sum} = \delta + \varepsilon \frac{\sigma_{\sum}}{\sqrt{n}} \quad (1.6)$$

в которой $\sigma_{\sum}$ – обозначение стандартного разброса случайной величины, актуального для количества измерений n.

Несколько иной способ определения величины погрешности используется в том случае, когда значение параметра исчисляется на основании других полученных экспериментальным путем данных. В такой ситуации статистическая оценка исследуемого параметра может быть определена с опорой на функциональную зависимость между переменными.

Степень точности соответствия истинным значениям совокупности M_x, σ_x ее выборочных характеристик, которые получены эмпирическим путем в ходе ограниченного количества произведенных замеров, может быть определена с помощью приведенной ниже формулы:

$$M_x^0 = M_x + \varepsilon, \sigma_x^0 = \sigma_x + \sigma_\varepsilon \quad (1.7)$$

Что касается выборочного наблюдения, то его точность может быть задана несколькими способами. В соответствии с первым способом для определения точности используют те единицы, в которых измеряется анализируемый показатель. Второй способ предполагает обращение к единицам выборочного значения σ_x. Третьим способом является использование процентного соотношения генеральной и средней выборочных величин.

При этом не принципиально, принимается ли во внимание наличие систематической погрешности, ибо ее величина является константой.

Для определения вероятности охвата заданными пределами истинного значения характеристики параметра генеральной совокупности используется следующая формула:

$$P(M_x - \varepsilon < M_x^0 < M_x + \varepsilon), P(\sigma_x - \sigma_\varepsilon < \sigma^0 < \sigma_x + \sigma_\varepsilon \quad (1.8)$$

Этот показатель в статистике именуется как «надежность оценки».

Поскольку в любом случае среднее арифметическое значение выборки – это случайная величина, требуется вычислить интервал, содержащий в себе с определенной степенью вероятности значение анализируемого исследователем параметра.

Такой интервал, обозначенный в вышеприведенной формуле как $M_x + \varepsilon$ и при этом определяемый произвольно $[a_i, b_i]$, традиционно называют доверительным, а заданную для него вероятность вхождения в указанные рамки искомого значения – уровнем доверия. На языке формул последняя может быть обозначена как:

$$(1 - \alpha) = P(a_i < M_x \leqslant b_i) \quad (1.9)$$

в которой a обозначает вероятность ошибки, отображаемую на графике (на гауссовской кривой) как две половины $a/2$.

Уровень доверия отражает степень риска в определении истинного значения анализируемого параметра и иначе называется доверительной вероятностью. В целях облегчения обработки данных доверительный интервал задается, как правило, долями стандартного разброса $\pm z\sigma_\Sigma$. В этом случае уровень доверия представляет собой площадь, которая в диапазоне $\pm z\sigma_\Sigma$ ограничена гауссовской кривой.

Для того чтобы отразить уровень доверия языком формул, необходимо отталкиваться от нижеприведенной формулы нормального распределения, при котором математическое ожидание равно нулю, а стандартное отклонение – единице. Данный частный случай нормального распределения носит название стандартного и имеет вид:

$$z = \frac{x - M_x}{\sigma_x} \quad (1.10)$$

где $M_x = 0$, а $\sigma_x = 1$

Тогда уровень доверия (доверительная вероятность) может быть отображена как

$$P(\overline{x} - z\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \leqslant M_x \leqslant \overline{x} + z\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}) \quad (1.11)$$

в которой $\overline{x}$ используется в качестве символа оценки генерального среднего.

Формула доверительного интервала для оценки дисперсии выглядит следующим образом:

$$[\frac{n\sigma_x^2}{x^2\alpha/2} \leqslant D_x \leqslant \frac{n\sigma_x^2}{x^2 1-\alpha/2}] \quad (1.12)$$

Начальным этапом процесса определения доверительного интервала становится расчет параметра выборки $\overline{x} \approx M_x$, после чего задается уровень доверия $(1-\alpha)$ и в таблице стандартного нормального распределения находится значение, которое соответствует этому уровню $(1-\alpha)$. Таким образом, доверительный интервал определяется как $\alpha \leqslant M_x < b$.

Количество экспериментальных замеров связано прямо пропорциональной зависимостью с уровнем достоверности экспериментальных данных и обратно пропорциональной зависимостью с величиной доверительного интервала. Таким образом, чем больше экспериментальных значений анализируемого параметра обрабатывается по итогам проведенного исследования, тем выше достоверность итогов всего эксперимента.

Число замеров, способных обеспечить искомую надежность результатов эксперимента, может быть рассчитано с опорой на значение стандартного разброса, если таковое известно. Так, разделив пополам доверительный интервал, получим формулу случайной выборочной ошибки:

$$\varepsilon_{0,5} = z\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (1.13)$$

Преобразовав ее, получим формулу расчета требуемого количества производимых в ходе эксперимента замеров:

$$n = \frac{z^2\sigma_x^2}{\varepsilon^2} \quad (1.14)$$

Необходимо учитывать некорректность отождествления рассмотренных выше характеристик точности и надежности выборочных оценок и точности эксперимента, ибо для расчета последней используется специальная формула:

$$\triangle u = \frac{v}{\sqrt{n}}\delta \quad (1.15)$$

в которой v является обозначением выраженного в процентах коэффициента вариации выборочного наблюдения. При этом следует иметь в виду, что для разного оборудования и различных исследуемых процессов приемлемые значения данного показателя неодинаковы. Так, при проведении экспериментов с использованием сельскохозяйственного оборудования допустимая точность эксперимента варьируется в пределах от 3 до 5 процентов ($\triangle u \leqslant 3 \ldots 5$%).

Оценка случайных величин предполагает не только расчет доверительного интервала, но исследование закономерностей их распределения, установление факта включения нескольких выборок в исследуемую генеральную совокупность, сопоставление величин дисперсий, актуальных для разных выборочных совокупностей.

Статистический анализ, используемый при обработке экспериментальных данных, требует выдвижения неких предположений о распределении вероятностей, а также о свойствах случайных величин. Такие предположения именуются статистическими гипотезами и используются в разных видах аналитической деятельности со случайными величинами, образующими генеральную совокупность, свойства которой требуется выявить и описать.

Проходящее проверку путем соотнесения с экспериментально полученными данными предположение о независимости друг от друга исследуемых переменных или о тождественности параметров распределений в нескольких выборочных совокупностях в статистике именуется нулевой гипотезой (hq). Опровергая ее, исследователь, проводящий эксперимент, должен выдвинуть иную, которая исключает правильность нулевой и обозначается в теории статистики одним из равнозначных терминов - «конкурирующая» либо «альтернативная» (H_0).

Специально организованные статистические наблюдения должны подчиняться при их осуществлении следующим общепринятым императивам, впервые сформулированным основоположником теории статистки Адольфом Кетле.

Первый из этих императивов предполагает строгое соотнесение программы наблюдений с их целями и задачами, а значит, нецелесообразность расчета показателей, не отвечающих прямо или косвенно на поставленный перед экспериментом вопрос.

Второй императив предписывает исключение из программы наблюдений тех задач, которые изначально не могут быть решены экспериментальным путем, то есть в ходе их решения не может быть получен надежный результат.

Третий императив предполагает исключение из программы наблюдений тех действий, которые могут оказать значительное влияние на объект исследования, исказив тем самым результаты эксперимента.

Вышеобозначенные императивы могут выполняться только при условии тщательного поэтапного планирования предстоящего эксперимента, предварительного определения методики обработки его результатов, которая способна обеспечить получение объективных данных, подтверждающих или опровергающих гипотезу исследования. В противном случае в процессе проведения эксперимента могут возникнуть непреодолимые трудности, препятствующие достижению исследовательской цели.

Корреляционная связь, ее статистическое исследование

Многообразие межобъектных связей, пронизывающих окружающую человека реальность, предопределяет потребность в их выявлении, типологизации и исследовании. Наибольший научный интерес, как правило, вызывают связи причинно-следственного характера, являющиеся универсальными. В структуре связи данного типа обязательно имеют место два вида признаков: оказывающих влияние и испытывающих его. Первые традиционно именуются факторными, вторые же обозначаются как производные, результативные.

Существует два типа зависимости факторных и результативных признаков, отличающихся степенью и характером оказываемого влияния. Первым из названных типов выступает функциональная зависимость, при которой динамика факторного признака полностью предопределяет соответствующие изменения признака результативного. Иными словами, имеет место прямое соотнесение между их значениями, изменяющимися параллельно в соответствии с определенной закономерностью.

Второй тип связи – корреляционная – характеризуется слабым соответствием факторного и результативного признаков, которое выявляется только при наличии обширной эмпирической базы.

Анализ причинной зависимости не может быть осуществлен без отсылки к теории, ибо только на этом уровне исследования устанавливается сама возможность взаимосвязи признаков и определяется направление выявленных связей.

Анализ корреляционной связи позволяет:

– выявить главные признаки и черты исследуемой совокупности на этапе предварительной обработки данных;

– установить направление выявленной зависимости, определить формы ее проявления;

– оценить тесноту исследуемой статистической связи;

– описать выявленную зависимость языком формул либо через ее регрессионную модель;

– сопоставить анализируемую связь и предложенную модель, раскрыть практические аспекты внедрения модели.

Рассмотрим подробнее базовые методические постулаты, которые обязательно должны быть учтены исследователем, обращающимся к корреляционно-регрессионному анализу:

– недопустимость аналитической работы с качественно неоднородной совокупностью;

– обязательное включение количественных характеристик в проводимый анализ. Выполнение данного требования может быть обеспечено привлечением абсолютных и относительных показателей вариации, проверкой нулевой и альтернативной гипотез о принадлежности к исследуемой совокупности экспериментальных значений, резко выпадающих из общего ряда;

– соответствие положениям, сформулированным в законе больших чисел;

– исключение из обработки незначимых и взаимозависимых факторов;

– оценка полученных практических результатов с учетом их соответствия распределению Гаусса.

С учетом всего сказанного выше можно прийти к выводу о целесообразности обращения к корреляционно-регрессионному анализу исключительно при обнаружении зависимости между количественными характеристиками.

Статистический анализ корреляции признаков должен отталкиваться от полученных эмпирическим путем индивидуальных показателей каждого параметра в рамках совокупности.

Статистические способы обнаружения корреляции весьма многообразны и характеризуются различным уровнем сложности их практического использования.

Так, элементарными методами установления зависимости корреляционного типа признаются графический и табличный методы, метод группировки, сравнение параллельных рядов, расчет групповой средней.

Более сложными являются балансовый, различные виды анализа (многомерный, дисперсионный, компонентный), распознавание образов и иные.

Далеко не всегда объективно существующая причинно-следственная связь признаков оказывается явной. Наиболее эффективно обнаруживать скрытые зависимости позволяет метод параллельных рядов. Он предполагает составление таблицы, позволяющей зрительно соотнести значения факторного (X) и результирующего (y) признаков. Благодаря данному методу также можно установить характер выявленной связи. При параллельном увеличении показателей факторного и результативного признаков имеет место прямая корреляционная зависимость, если же рост значений факторного признака провоцирует снижение значений результативного, корреляционная связь должна квалифицироваться как обратная.

Выводы.

В данном разделе дано определение понятиям математической модели и эксперимента и определена основная цель, которая ставится на этапе предварительной обработки данных, полученных экспериментальным путем. Данная цель заключается в постановке предположений (гипотез) относительно исследуемой в ходе обработки результатов эксперимента математической модели объекта.

Математической моделью называют осуществленное с использованием символов приближенное описание исследуемого класса объектов. Построение математической модели предстает непрерывным четырехэтапным процессом.

Также в разделе рассмотрены принципы, правила и специфика проведения статистического анализа и обработки его результатов, приведены определение и типология статистических гипотез как базовых элементов данного анализа, раскрыты основополагающие требования к организации и проведению статистического наблюдения, выявлены типы причинно-следственной связи и описаны методы ее обнаружения.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое математическая модель?
2. Что называют экспериментальными исследованиями. Для чего их проводят?
3. Этапы математического моделирования, их характеристика.
4. Что называют рабочим инструментом статического анализа?
5. Особенности статистической гипотезы?
6. Назовите правила проведения статистических наблюдений.
7. Какие ошибки можно встретить при выборочном наблюдении?
8. Что такое корреляционная связь?
9. Назовите методы выявления корреляционной связи.

Самостоятельная работа 1.
Выполнение расчетов в электронной таблице Excel.

Подготовка к работе

Необходимо изучить приемы работы с формулами, функциями, форматирование и редактирование данных по указанной литературе.

Контрольные вопросы

1. Объясните назначение кнопок в строке формул.
2. Перечислите порядок выполняемых операций. Как его можно изменить?
3. Расскажите о заполнении строк и столбцов списком, константой, формулой.
4. Каким образом можно изменить точность отображения числа и результат вычисления?
5. Дайте характеристику математическим системам и статистическим системам, которые применяют для обработки экспериментальных данных.
6. Каким образом можно отобразить формулу вычислений и результат вычислений в ячейке?
7. Назовите описательные статистики, применяемые в ходе обработке экспериментальных данных.
8. Что такое базы данных?

9. Назовите особенности критерия.

10. Особенности работы с функциями базы данных.

Задания

Научиться пользоваться математическими функциями и статистическими.

1. Создать таблицу, приведенную на первом рисунке.

	A	B	C	D	E
1	**Математические и статистические функции**				
2					
3	СЛЧИСЛ	0,434333	0,725612	0,069272	0,449248
4	"Случайные числа"	0,70208	0,986309	0,208979	0,485801
5	"Случайные числа"*1000	702,0799	986,3089	208,9791	485,8014
6	ОКРУГЛ(B5;2)	702,08	986,31	208,98	485,8
7	ОКРУГЛ(B5;0)	702	986	209	486
8	ОКРУГЛ(B5;-1)	700	990	210	490
9	ОКРУГЛ(B5;-2)	700	1000	200	500
10	ОКРУГЛВВЕРХ(B5;2)	702,08	986,31	208,98	485,81
11	ОКРУГЛВНИЗ(B5;2)	702,07	986,3	208,97	485,8
12	ЧЕТН(B5)	704			
13	НЕЧЕТ(B5)	703			
14	ОТБР(B5;5)	702			
15	МАКС(B5;E5)	986,3089			
16	МИН(B5;E5)	208,9791			
17	СРЗНАЧ(B5;E5)	595,7923			
18	РАНГ(B5;B5:E5;1)	3			
19	СРГЕОМ(B5;E5)	514,9206			
20	СРГАРМ(B5;E5)	430,9489			
21	ДИСП(B5;E5)	108507,6			
22	ДИСПР(B5;E5)	81380,68			
23	КВАДРОТКЛ(B5;E5)	325522,7			

Рис. 1 – Фрагмент задания «Статистические и математические функции»

2. В столбец A заносят данные, указывают их текстовую принадлежность с помощью кавычек.

3. В клетке B3 записывается функция СЛЧИС. Она возвращает из диапазона {0,1}случайное число. Нужно в клетки C3:E3 ее скопировать.

4. Значения клеток B3:E3 в клетки B4:E4 скопировать при помощи вставки Значения.

Когда будет правильно осуществлено копирование значений, тогда после пересчета каждой таблицы, будут изменяться данные в ячейках B2: E2. Во всех остальных ячейках станут фиксированы.

5. В одну тысячу раз увеличить значения клеток B4:E4. Расположить в диапазоне B5:E5 результаты.

6. Указанные в клетках столбца A функции ввести в соответствующие клетки.

7. Таблицу, которую создали, сохранить в книге.

8. Дать анализ результатам

Назначения многообразных типов диаграмм и графические представления табличных данных..

Образование диаграммы на рабочем листе.

1. Построить гистограмму на рабочем поле листа «Таблица Диаграмма». Гистограмма отображает сопоставление показателей информационно-исследовательской компетентности магистра и в самом начале учебного года и в его конце.
2. Гистограмму оснастить элементами оформления.

Научиться образовывать и потом оформлять диаграммы на отдельных листах. У листа должно быть название, которое соответствует разновидности расположенной на нем диаграммы.

Необходимо построить:

- диаграмму с имеющимися областями.
- диаграмму типа график (Line).
- объемную гистограмму (3–D_Column).
- линейчатую диаграмму (Bar).
- лепестковую диаграмму – «Радар» (Radar).
- кольцевую диаграмму (Doughnut).
- в самом начале учебного года объемную круговую диаграмму показателей (3–D_Pie).
- объемную диаграмму с имеющимися областями (3–D_Area).
- круговую диаграмму (Pie).
-

На одном листе научиться располагать диаграммы.

- На рабочем листе «Таблица_Диаграмма» создать две круговые диаграммы. Они воспроизводят показатели в начале учебного года и в его конце.
- Одна под другой расположить их ниже участка таблицы.

Подготавливать документ к печати (задание совершается в Microsoft office Excel)

- Проверить, как будет выглядеть лист с диаграммами на печати («Файл–Предварительный просмотр»). Откорректировать величину и расположение диаграмм так, чтобы было заполнено 3/4 печатного листа.
- Опять вызвать режим «Предварительный просмотр», ознакомиться с командами настройки «Страница…». В диалоговом окне «Параметры страницы» просмотреть четыре вкладки

- Установить масштаб печати сто пятьдесят процентов от натуральной величины на вкладке «Страница». Познакомится с результатом, подобрать масштаб для заполнения всего печатного листа
- Установить вертикально и горизонтально флажки «Центрировать на странице» на вкладке «Поля».
- На вкладке под названием «Колонтитулы» образовать верхний колонтитул – имя, фамилия. По центру страницы произвести выравнивание колонтитула. вставить В нижний колонтитул вставить текущую дату.
- Вновь необходимо вызвать «Предварительный просмотр». По необходимости заняться редактированием оформления листа.

Поучиться в редактировании диаграммы.

2. Статистическая обработка данных в системе Mathcad

Система компьютерной алгебры из разновидности систем автоматизированного проектирования, которая ориентирована на подготовку интерактивных документов с визуальным сопровождением и визуальными вычислениями называется Mathcad. Ей присуща легкость в использовании для коллективной работы.

Интерес к системе Mathcad привел к тому, что в России появились книги по отдельным версиям. В университете Станфорда (США) в 80-х годах была создана Система Mathcad.

Фирма MathSoft Application готовит современные версии для ПК, а именно:

- Математический интерфейс.
- Символьная математика.
- Имеется мощная поддержка графики.
- Встроенные справочники по предметным областям.
- Есть возможности импортировать графики из прочих программ.
- Большая часть встроенных математических функций (сотни).
- Может быть наличие анимации.

Во всем мире Mathcad системы очень популярны. Это объясняется удобными средствами подготовки документов в виде книг, а также статей. Эти средства хватит для решения массы математических, физических задач и других направлений.

Mathcad – это математически ориентированная универсальная система. Она помогает и в вычислениях, и в решении оформительских задач, готовить статьи, курсовые проекты, писать диссертации, готовить книги, отчеты по науке, дипломные проекты с набором математических сложных формул и графическим показом результатов.

С самого своего появления системы класса Mathcad выделялись удобным пользовательским интерфейсом, под которым понимается совокупность средств общения с пользователем (перемещаемых окон, масштабируемых окон, кнопок и прочих элементов). У такой системы присутствуют действенные средства типовой научной графики. Подобные средства понятны и отличаются простотой в своем использовании. Из всего этого следует, что Mathcad системы подойдут массовому пользователю – от ученика начальной школы до ученого.

Данная программа прежде всего сосредоточена на непрограммистов – пользователей. Также Mathcad применяется в сложных проектах, чтобы произошло визуализирование результатов математического моделирования путем употребления распределенных вычислений и свойственных языков программирования.

Эту систему удобно применить для процесса обучения, для инженерных расчетов, вычислений. Открытая архитектура приложения в сочетании с поддержкой технологий NET и XML позволяют без труда интегрировать.

Мы обратимся к функциям статистических расчетов, которые в программу встроены.

Функция RND(X).

При моделировании различных процессов в статистических расчетах активно применяют встроенную функцию RND(X), которая инициализирует генератор случайных чисел. В предоставленном случае X выступает как ранжированная переменная и определяет количество случайных чисел. Так, чтобы приобрести десять случайных чисел, надо задавать интервал $\mathrm{X} := 0..9$.

Функции аппроксимации.

Зависимости вида $y(x)$ имеют место в условиях предоставления определенных закономерностей, причем численность точек обозначенных зависимостей ограничена. Появляется задача вычисления в промежутках между узловыми точками значений функций, наряду с этим за их пределами. Указанная задача решается аппроксимацией исходной зависимости, ее подменой некоторой функции. В системе Mathcad аппроксимация бывает двух типов функций: сплайновой и кусочно-линейной.

При кусочно-линейной разновидности интерполяции вычисления дополнительных точек происходит по линейной зависимости. Узловые точки при линейной аппроксимации совмещаются отрезками прямых линий. Для этого необходима функция $Linterp(VX, VY, x)$ – линейная интерполяция, VX, VY – векторы координат узловых точек, x – аргумент. Линейная интерполяция оказывается грубой при незначительном количестве узловых точек. Первая производная функция аппроксимации выделяется в узловых точках резкими скачками. Вследствие того используют функцию сплайн-аппраксимации.

При наличии сплайн-аппроксимации исходная функция заменяется отрезками кубических полиномов. Они проходят через три узловые смежные точки. Коэффициенты предоставленной функции рассчитываются так, чтобы производные первая и вторая выступали непрерывными. Линия, описывающая сплайн-функцию по форме, напоминает гибкую линейку, которая в узловых точках зафиксирована.

Выделяются специальные встроенные функции для исполнения в Mathcad сплайновой аппроксимации:

– $VY, pspline(VX, VY)$ – для возвращения вектору VS вторых производных в условиях приближения к параболической кривой в опорных точках

– $lspline(VX, VY)$– для возвращения вектору VS вторых производных в условиях приближения в опорных точках к прямой;

– $interp(VS, VX, VY, x)$ – для возвращения значения $y(x)$ для заданных VS, VX, VY и значения x.

Следовательно, сплайн-аппроксимация совершается в два этапа:

На первом этапе для выбранного способа приближения к узловым точкам вычисляется вектор вторых производных функции $\mathrm{y(x)}$, заданной ее значений векторами VX, VY, применяя какую-то одну из функций pspline, cspline или lspline.

На втором этапе вычислить значения $y(x)$ для искомых точек, используя функции $Interp(VS, VX, VY, x)$.

Функции регрессии.

К распространенной задаче обработки данных относится представление их совокупности функцией $\mathrm{y(x)}$. Этому представлению дали термин «регрессия». Ее задача состоит в получении параметров, при которых функция приближает так называемое облако исходных точек с небольшой квадратичной погрешностью.

Известны:

1. Полиномиальная регрессия (полином),
2. Линейная регрессия (прямая линия),
3. Регрессия нелинейная общего вида (произвольная функция)

Линейная регрессия

4. Регрессия линейная общего вида (линейная сумма произвольных функций),

При линейной регрессии у функции $y(x)$ будет вид $y(x) = a + bx$ и ее описывает отрезок прямой.

Ряд встроенных функций существуют для проведения линейной регрессии в Mathcad:

– $corr(VX, VY)$– функция корреляции для возвращения скаляр – коэффициента корреляции векторов VX и VY (Пирсона);

– $slope(VX, VY)$ – для возвращения значения параметра b – наклон линии регрессии векторов VX и VY (линии регрессии угловой коэффициент),

– $intercept(VX, VY)$ – для возвращения параметра a – смещение по вертикали линии регрессии векторов VX и VY (прямой регрессии свободный член);

– где VX и VY – векторы координат заданных точек. Координаты отдельной точки занимают одинаковые позиции в векторах VX и VY.

Полиномиальная регрессия

При полиномиальной регрессии функция $y(x)$ имеет вид:

$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + ... + a_n x^n$ (2.1)

Для осуществления полиномиальной регрессии наличествует встроенная функция $regress(VX, VY, n)$. Она возвращает вектор VS, который заключает коэффициенты полинома n-й степени. Такие коэффициенты вычисляют глобально, по совокупности заданных точек. Полученный полином приближается к так называемому облаку точек с координатами, которые держатся в векторах VX и VY.

Линейная регрессия общего вида

При наличии линейной регрессии общего вида функция $y(x)$ описывается как:

$$y(x) = F(x, K_1, K_2, ..., K_n) = K_1F_1(x)+K_2F_2(x)+...+K_nF_n(x) \quad (2.2)$$

Функция регрессии представляет собой линейную комбинацию некоторых функций $F_1(x), F_2(x), ..., F_n(x)$, однако эти функции могут быть нелинейными, что расширит возможность такой аппроксимации, а также распространит ее на нелинейные функции.

Функция $linfit(VX, VY, F)$, применяется для осуществления линейной регрессии общего вида. Эта функция возвращает вектор коэффициентов к линейной регрессии общего вида, когда максимален коэффициент корреляции так называемого облака исходных точек и функции $\mathrm{y(x)}$. В вектор F функции $linfit$ должны входить функции $F_1(x), F_2(x), ..., F_n(x)$, записанные в символьном виде. В векторе VX должны быть абсциссы точек в порядке возрастания. Абсциссам в векторе VX должны соответствовать ординаты в векторе VY.

Нелинейная регрессия общего вида

Нахождение вектора *к* параметров произвольной функции $F(x, K1, K2, ..., Kn)$ называют нелинейной регрессией общего вида. При ней совершается наименьшая среднеквадратичная погрешность приближения «облака» исходных точек. Для этого существуют функция $genfit(VX, VY, VS, F)$.

Данная функция передает вектор K параметров функции F, который предоставляет минимальную среднеквадратичную погрешность приближения $F(x, K1, K2, ..., Kn)$ к исходных данных.

Функции F вектором с символьными выражениями должны содержать для исходной функции аналитические выражения и ее производных по всем параметрам.

В векторе VS заключаются самые начальные значения элементов вектора K .

Выделяются две проблемы при решении задачи:

1. Вычисляем производные по переменным с помощью символьных операций;

2. Применяем genfit в стандартном виде, потому параметры заменяют на $K1, K2, ..., Kn$.

Функция предсказания

На практике в некоторых случаях приходится встретить задачу расчета последующих точек по некоторым известным точкам, а именно задачу предсказания. Для предсказания поведения функциональной зависимости в Mathcad имеется функция: predict (data, k, N) – предсказание, где data – вектор данных, k – это число точек предшествующих предсказанию, N – число предсказываемых точек данных.

Функцией предсказания обеспечивается точность при исходных монотонных функциях или же функциях, которые представляются невысокой степени полиномом.

Функция predict может применяться к предсказуемым событиям. Их поведение передается реальной математической зависимостью.

Выводы

Рассмотрена система компьютерной алгебры из вида систем автоматизированного проектирования, изучены понятия эксперимент и математическая модель.

Были рассмотрены встроенные функции, которые для статистической обработки данных могут применяться: линейная регрессия (corr, slope, intercept), полиномиальная регрессия (regress), сплайновая аппроксимация (lspline, pspline, interp), нелинейная регрессия общего вида (genfit), функция предсказания (predict), линейная регрессия общего вида (linfit).

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите главные недостатки системы Mathcad и ее достоинства.
2. Какие основные функции применяют в статистической обработке?
3. В каких условиях требуется функция RND(x)?
4. В каких случаях обращаются к функции сплайновой аппроксимации?
5. Что такое нелинейная регрессия общего вида?
6. Назовите отличие функции линейной регрессии и функции линейной регрессии общего вида?
7. Что такое функция предсказания?
8. В каких условиях требуется функция предсказания, а в каких ее применение будет лишним?

Самостоятельная работа 2.
Статистическая обработка в Mathcad

Подготовка к работе

Изучить приемы работы с функциями, формулами, форматирование данных и их редактирование по представленной литературе.

Контрольные вопросы

1. Объясните, что такое ранжированная переменная? Для решения каких задач ее используют?
2. Что относят к функции пользователя?
3. Какие категории функций существуют в системе MathCAD?
4. Назовите разновидности операторов системы MathCAD и поясните их назначение.
5. Опишите организацию вложенных циклов.
6. Каким способом результаты вычислений вывести в таблицу?
7. Что относят к правилам задания многомерных функций.

Задания

Учиться использовать математические и статистические виды функции в системе MathCAD.

1. Линейная интерполяция. Сплайновая интерполяция.

В первой таблице исходные данные для работы над заданием 1.

Таблица 1

Исходные данные для выполнения задания 1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Исходные данные	$\begin{bmatrix}1&0\\2&3\\4&6\\8&5\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2&4\\5&8\\9&3\\1&4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&5\\6&3\\2&4\\7&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2&0\\3&5\\4&9\\8&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0\\3&5\\5&7\\7&9\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2&3\\4&6\\6&8\\9&0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&2\\3&4\\5&6\\8&9\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3&5\\4&7\\5&8\\6&9\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3&5\\4&7\\5&8\\6&9\end{bmatrix}$

Обратимся к линейной интерполяции

$A := \begin{pmatrix}1&0\\2&3\\3&5\\4&1\\5&2\\6&4\end{pmatrix}$ Векторы исходных данных X и Y$A := csort(A,0) \qquad X := A^{\langle 0\rangle}$

$$Y := A^{\langle 1\rangle} f(x) := linterp(X,Y,x) \qquad f(2) = 3 \qquad f(7) = 6$$

Сплайновая интерполяция

$S := cspline(X,Y) \qquad fs(x) := interp(S,X,Y,x) fs(2) = 3 \qquad fs(7) = -2.067$

Значения точек различаются при линейной интерполяции и сплайновой интерполяции. Построим графики данных видов интерполяций, для чего задается число точек и шаг.

$i := 0..length(X)-1 \qquad scale := 100 \qquad j := 0..scale x_j = min(X)+j\cdot\frac{max(X)-min(X)}{scale}$

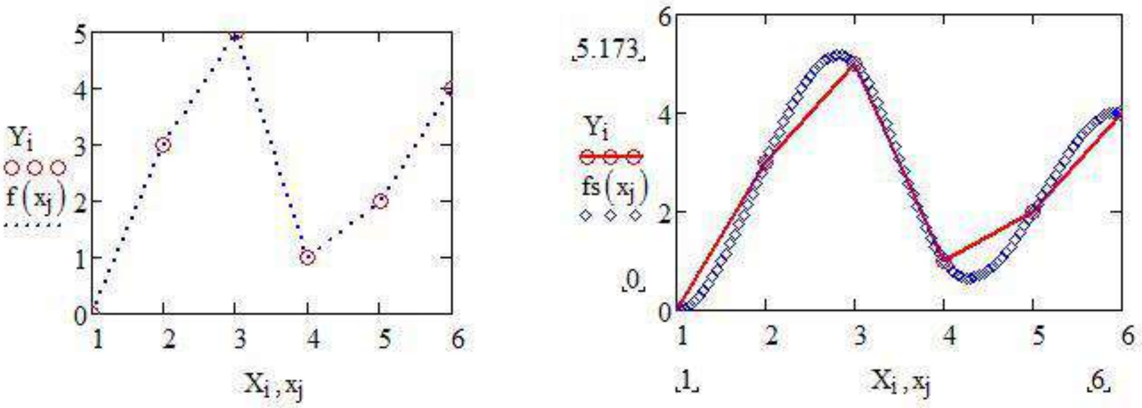


Рис. 2 – Сплайновая и линейная интерполяции

2. Линейная регрессия.

В таблице 2 исходные данные для выполнения второго задания.

Таблица 2

Для выполнения второго задания исходные данные

№	Заданные вектора	№	Заданные вектора
1	VX =[3, 2, 4, 5]	4	VX =[7, 18, 3, 11]
	VY =[7, 8, 9, 5]		VY =[1, 5, 3, 9]
2	VX =[12, 14, 7, 11]	5	VX =[24, 9, 12, 27]
	VY =[6, 8, 10, 15]		VY =[9, 3, 17, 11]
3	VX =[3, 9, 12, 14]	6	VX =[4, 15, 2, 19]
	VY =[7, 9, 11, 13]		VY =[11, 17, 1, 13]

$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix}$ Исходные данные ORIGN :=1

Обратимся к вычислению коэффициентов a b регрессии линейной

$a := intercept(VX, VY) \qquad b := slope(VX, VY) i := 1..6 \qquad f(x) := a + b \cdot x1 = -1.6$

$b = 5.8 \qquad corr(VX, VY) = 0,996 f(3) = 15,8 \qquad linterp(VX, VY, 3) = 15$

Построим график линейной регрессии по данным

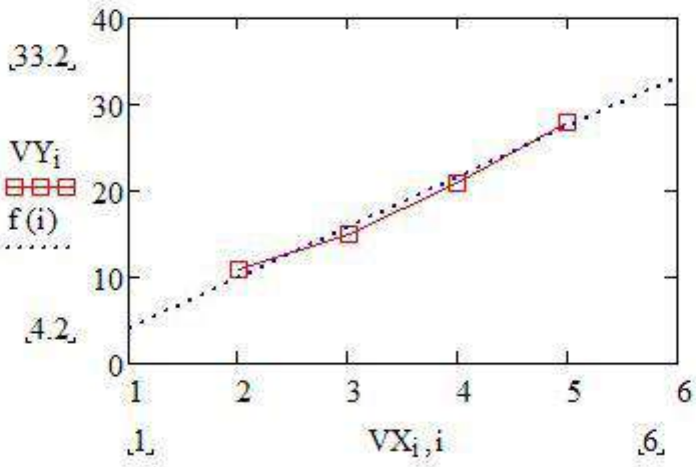


Рис. 3 – Линейная регрессия

3. Регрессия линейная общего вида.

Для выполнения третьего задания исходные данные.

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix} \qquad F(x) := \begin{pmatrix} \frac{1}{x} \\ x^2 \\ x \\ 2 \cdot x \\ exp(x) \end{pmatrix}$$

Функции F(x) выбирают, чтобы коэффициент детерминации направлялся к единице.

$$K := linfit(VX, VY, F) \qquad g(t) := F(t) \cdot K R^2 = \frac{\sum \overrightarrow{(g(VX) - mean(VY))^2}}{\sum \overrightarrow{(VY) - mean(VY))^2}} = 0.999$$

Коэффициент детерминации *i:=0..4*

$$r := 1, 1.25..5 \qquad K := \begin{pmatrix} -5.242 \\ -0.918 \\ 1.613 \\ 3.226 \\ 0.079 \end{pmatrix}$$

функция регрессии – это g(t)
коэффициент функции регрессии – К.

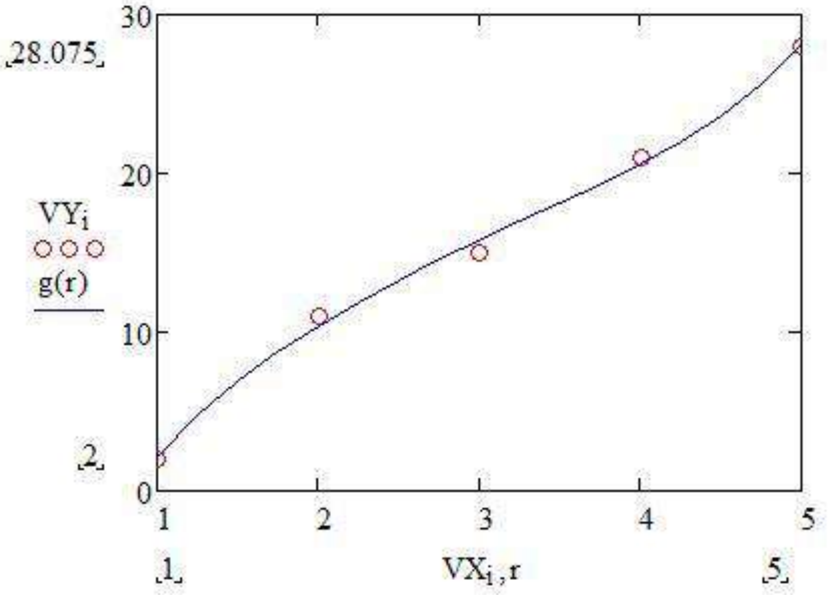


Рис. 4 – Общего вида линейная регрессия

4. Полиномиальная регрессия

Исходные данные для выполнения задания 4.

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix} \qquad k := 3$$

k – степень полинома, от которого будет зависеть, как точно будет построена функция.

$z := regress(VX, VY, K) F(x) := interp(z, VX, VY, x)$

$Coeffs := submatrix(z, 3, length(z)-1, 0, 0) Coeffs^T = (-6.2 \quad 12.81 \quad -2.857 \quad 0.333)$

F(x) – отражает в x интерполированное значение от коэффициентов вектора A в VX ,а также VY – оригинальных данных.

Coeffs – отражает субматрицу массива. Она содержит элементы в строках ir через jr, а через jc из z – соответственно, в столбцах ic .

$Coeffs^T$ – преобразует коэффициент в горизонтальную запись

$$R^2 = \frac{\sum \overrightarrow{(F(VX) - mean(VY))^2}}{\sum \overrightarrow{(VY) - mean(VY))^2}} = 0.998$$ коэффициент детерминации $i := 0..6$

$$j := 0..4 \qquad tx_j := min(VX) + j\frac{(max(VX) - min(VX))}{50}$$

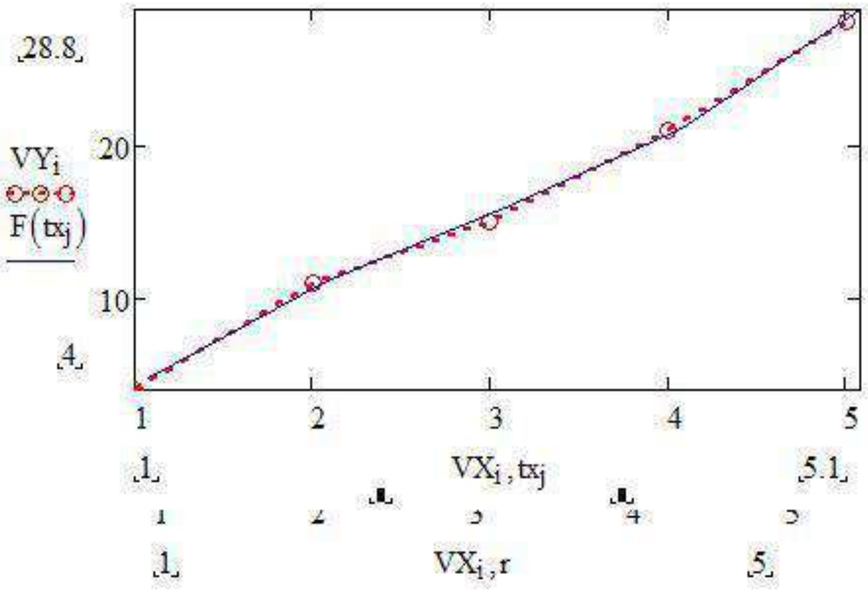


Рис. 5 – Полиноминальная регрессия

5. Регрессия нелинейная общего вида.

Для выполнения пятого задания исходные данные.

$$F(x,a,b) := a \cdot exp(-b \cdot x) + a \cdot b ORIGIN := 1 VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix}$$

$$VS := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} F1(x,k) := \begin{pmatrix} k_1 exp(-k_2 x + k_1 k_2 \\ exp(-k_2 x) + k_2 \\ -k_1 x \cdot exp(-k_2 x) + k_1 \end{pmatrix} P := genfit(VX, VY, VS, F1) \qquad G(x) := F1(x,P)_1 \qquad x := 0, 0.1..4$$

$$P = \begin{pmatrix} 0.762 \\ 20.722 \end{pmatrix}$$

Вектор P возвращает значения $a = k1$, а также $b = k2$ с целью лучшего среднеквадратического приближения $F(x,a,b)$

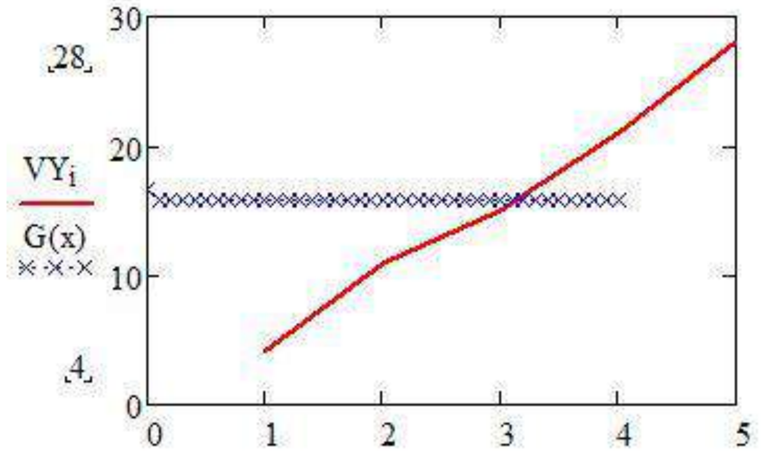


Рис. 6 – Регрессия нелинейная общего вида

Завершая данную работу, сделаем вывод о целесообразности использования той или иной регрессии, этим они друг от друга отличаются.

3. Статистическая обработка данных в системе MATLAB

Открытость и расширяемость системы – это ее самое главное достоинство. Масса и функций, и команд системы осуществлены как m-файлы текстового формата (с m расширением.), на языке Си файлов. Вместе с тем файлы подходят для модификации. Пользователь может создавать как Отдельные файлы, библиотеки файлов создаются пользователем для осуществления своих задач. Такие файлы формируют в понятном редакторе m-файлов MATLAB, а также и в прочих текстовых редакторах. Указанные файлы, используя буфер, располагают в строке MATLAB и исполняют.

Много пакетов прикладных программ (Toolbox) были созданы. Этому причиной стала простота модификации системы, способность адаптировать ее для решения конкретных задач техники, науки. Указанные программы сильно расширили области использования системы.

Системе MATLAB обновилась за счет интеграции программной системы Simulink. Последняя создана с целью моделировать блочно-заданные динамические устройства и еще системы. Отталкиваясь от принципов визуально-ориентированного типа программирования, Simulink поддерживает в выполнении моделирования сложных устройств с высоким уровнем правильности, с наилучшими средствами предоставления результатов. С большим количеством сильных пакетов расширения интегрируется наряд с естественной интеграцией с пакетами расширения Simulink и Symbolic Math, MATLAB.

MATLAB система совершает тяжелые операции над векторами и матрицами еще и в порядке прямых вычислений, без программирования. Ее применяют как калькулятор. В нем есть и алгебраические действия, арифметическими действиями, сложные операции инвертирование матрицы, вычисление ее значений и относящихся им векторов, решение линейных уравнений, вывод графиков функций двухмерных, трехмерных и другое.

В базовом комплекте слов системы имеют место спецзнаки, арифметических операций знаки, логических операций, тригонометрические функции, арифметические функции, тригонометрические функции, алгебраические функции и другие. Можно сделать вывод, что, MATLAB подготовил пользователям обширный комплект готовых средств.

Пакеты расширения создали дополнительный уровень развития системы. Они ориентируют систему на решение задач в определенной предметной области: в определенных разделах математики, в проектировании и остальных. Благодаря этому MATLAB помогает в адаптации к решению задач последнего пользователя.

Система MATLAB решает большое количество задач в командном режиме без программирования. Система была сформирована как мощный язык программирования высокого уровня.

У данной системы имеется входной язык. В системе запись программ традиционна, вследствие этого привычна для массы пользователей компьютеров. При этом с помощью системы можно редактировать программы, используя любой привычный пользователю текстовый редактор. У нее есть свой редактор с отладчиком.

Изучаемая система содержит тысячи файлов, расположенные в большом количестве папок. Имея представление о содержании основных папок, можно быстро определять возможности системы. В частности, узнавать об операторах, графических командах, функциях в составе системы.

При системе MATLAB создана каждые вычисления выполняются в режиме прямых вычислений, при котором отсутствует подготовка программы. Можно моментально задавать и выводить графики многообразных функций – от самой простой синусоиды до трехмерной сложной фигуры.

В математических системах вычисление $sin(V)$ и $exp(V)$, где – V вектор, сопровождается выдачей ошибки, так как у функций sin, exp должен представляться аргумент в виде скалярной величины. MATLAB предстает как матричная система, вектор выступает разновидностью матрицы с величиной l, x, n или же $n \times 1$. Вследствие того в нашем эпизоде результат вычисления станет вектором одинакового размера аргумент V, тем не менее элементы возвращаемого вектора станут синусами или же экспонентами от элементов вектора V.

Матрица задается как векторы, представляющие ее строки, и заключены в квадратные скобки. Для того чтобы разделить элементы векторов, используются знак запятая или пробел. Для разделения векторов помогает знак точка с запятой.

Работать с системой в режиме прямых вычислений можно с диалоговым характером и по правилу «задаешь вопрос – получаешь ответ». Пользователем вводится на клавиатуре вычисляемое выражение, редактируется в командной строке и заканчивается ввод при нажатии клавиши ENTER.

Разберем простые вычисления (рис.7):

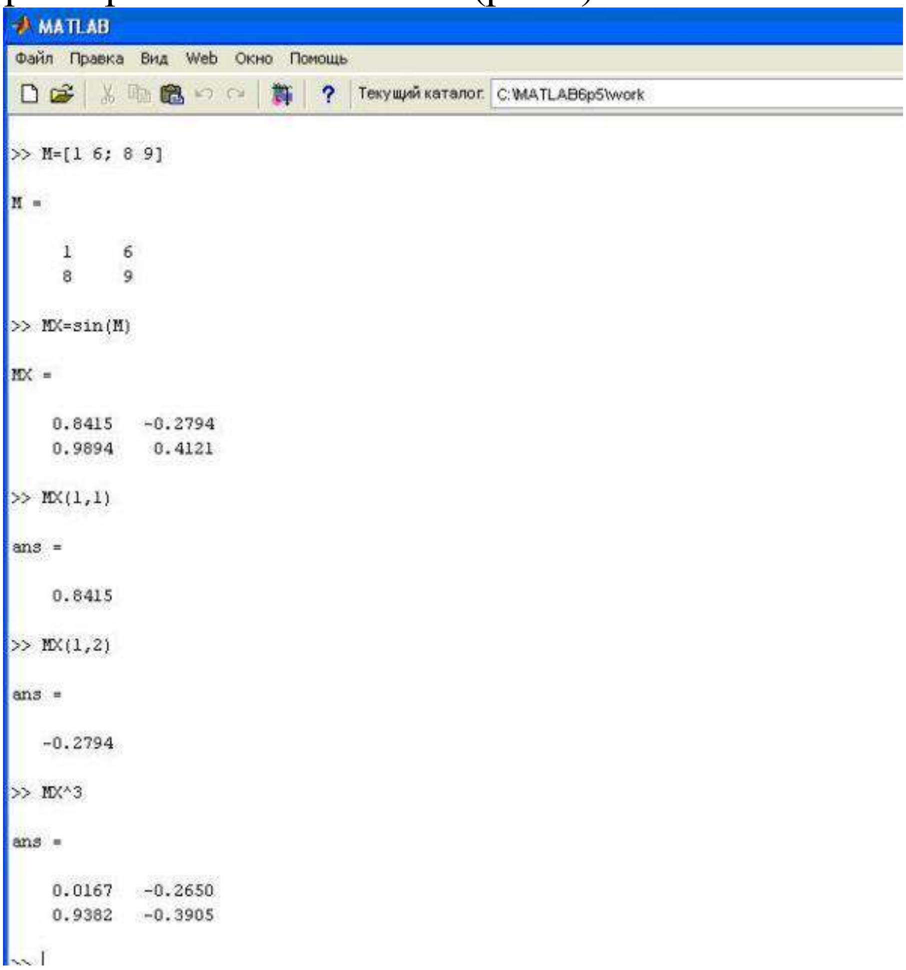


Рис.7 – Простейшие вычисления в системе MATLAB

Из примеров следуют выводы:

– данные вводят с помощью простейшего строчного редактора;

– чтобы блокировать результат вычислений отдельного выражения, нужно выбрать знак «точка с запятой»;

– для показа ввода данных применяют следующий символ - ≫ ;

– MATLAB может назначить переменную ans, если не отмечена переменная для значений результата вычислений;

– знак равенства выступает в качестве знака присвоения; результат вычислений бывает в строках вывода (без знака ≫);

– записываются встроенные функции, такие как cos, строчными буквами, их аргументы пишут в круглых скобках cos(x);

– диалог происходит в стиле «задаешь вопрос – получаешь ответ».

Интерполяция и аппроксимация данных.

Термин «аппроксимация» обозначает описание некоторой зависимости или же совокупности представляющих данных с помощью другой, большей частью простой или однообразной зависимости. Данные задают в качестве координат узловых точек, записанных в таблицу. Через узловые точки график аппроксимации функции может не проходить, однако сможет приблизить их с некоторой среднеквадратичной ошибкой. Это характерно регрессии – реализации метода наименьших квадратов.

Первостепенная задача интерполяции – оценивать значение предоставляемой данными зависимости в интервалах между ее узловыми точками. Для этого всего применяют функции, у которых совпадают значения в узловых точках с координатами этих точек. Когда присутствует линейная интерполяция зависимости y(x), с помощью отрезок прямых узловые точки соединятся отрезками прямых. Находят, что на подобных отрезках размещаются искомые промежуточные точки.

Полиноминальная регрессия.

Известная аппроксимация относится к полиномиальной. В MATLAB функции аппроксимации установлены полиномами по методу меньших квадратов – полиномиальной регрессии.

Полиномиальную регрессию реализует функция:

– polyfit(x,y,n) – отдает вектор коэффициентов полинома p(x) степени n, который с наименьшей погрешностью аппроксимирует функцию y(x) .

– [p,S] = polyfit(x,y,n) – отдает коэффициенты p полинома S и структуру для использования с функцией polyfval. Все это совершают для предсказания или нахождения погрешности.

– [p,S] = polyfit(x,y,n,mu) – отдает коэффициенты p полинома S и структуру для использования с функцией polyfval. Это происходи для предсказания или нахождения погрешности. Происходит процесс масштабирования и центрирования x, xnorm=(x–mu(1))/mu(2), где mu(1)=mean(x) и mu(2)=std(x). Центрирование и масштабирование делают лучше свойства степенного многочлена, полученного с использованием polyval, увеличивают качественные характеристики алгоритма аппроксимации.

Термином «фурье» называют интерполяцию периодических функций.

Интерполяция – это вычисление значений функции $f(x_i)$ в интервалах узловых точек x_i. При наличии периодических функций обращаются к интерполяции тригонометрического ряда Фурье. В разбираемой системе употребляется функция interpft(x,n). Она заинтересована возвратить вектор y, включающий значения периодической функции, равномерно определенные n расположенных точках.

Если у length(x)=m и x бывает интервал dx, то интервал дискретизации для y составит dy=dx*m/n. n не может быть менее m. Когда X – матрица, со столбцами X оперирует interpft , отдавая Y матрицу с таким же, как у X, количеством столбцов, однако с n строками.

В зависимости от параметра dim Функция y=interpft(x,n,dim) функционирует со строками и еще столбцами.

Графики сопровождает решение массы задач по аппроксимации, интерполяции. Полученные при аппроксимации формулы наносить на графики наносить. Это исполняется в окне редактора Property Editor. Для такого в позиции TOOLS графического окна существуют команды:

– Basic Fitting – будет открывать окно, дающее доступ к основным видам аппроксимации;

– Data Statistics – будет открывать окно с результатами простейшей статической обработки данных.

Выводы.

Рассмотрена система MATLAB – автоматизации математических расчетов, которая построена на расширенном представлении и использовании матричных операций.

Рассмотрены первостепенные приемы работы в указанной системе. Освоены функции аппроксимация и интерполяция данных, полиноминальная регрессия Фурье – интерполяция периодических функций. Графики сопровождают решение и массы задач по интерполяции и аппроксимации.

Вопросы для самопроверки

1. Какие можно назвать в системе MATLAB достоинства и недостатки?
2. Каким образом решают матрицы?
3. Что подразумевается под основной задачей интерполяции?
4. Как можно определить функцию аппроксимации?
5. Функции в системе MATLAB, реализующие полиномиальную регрессию?
6. Дайте определение термину «интерполяция».
7. Назовите функций, для которых применяется тригонометрический ряд Фурье?
8. Дайте характеристику функции interpft(x,n).

Самостоятельная работа 3.
Статистическая обработка в MATLAB

Подготовка к работе

По названной литературе освоить редактирование данных, приёмы работы с функциями, формулами, форматирование данных.

Контрольные вопросы

1. Что такое ранжированная переменная? Как ее задают в системе MATLAB.
2. Категории функций, встречающихся в системе MATLAB.?
3. Что такое функции пользователя?
4. Какие разновидности операторов бывают у системы MATLAB, их направление?
5. Дайте характеристику организации вложенных циклов.
6. Как выводятся в таблицу результаты вычислений?
7. Объясните правила задания многомерных функций.

Задания

Научиться обращаться к статистическим и математическим функциям в системе MATLAB

1. Сплайновая аппроксимация.

m – файл обращается к функции spcol для построения компонента B – сплайна в графическом типе

Первое задание в таблице 3 – исходные данные для совершения

Таблица 3

Исходные данные

№	t	x
1	[0,2,2,3,4,5,5,5]	–1,6,80
2	[0,2,1,3,4,5,5,6]	–1,5,60
3	[0,1,1,3,4,5,5,5]	–1,9,80
4	[0,2,2,3,4,6,6,6]	–1,6,70
5	[0,1,1,3,5,6,6,6]	–1,5,70

```
t=[0,1,1,3,4,6,6,6]; x=linspace(-1,7,81);
c=spcol(t,3,x); [l,m]=size(c);c=c+ones(l,1)*[0:m-1];
 axis([-1 7 0 m]);
hold on; for tt=t, plot([tt tt],[0 m],'-'),end
plot(x,c,'linew',2), hold off, axis off
```

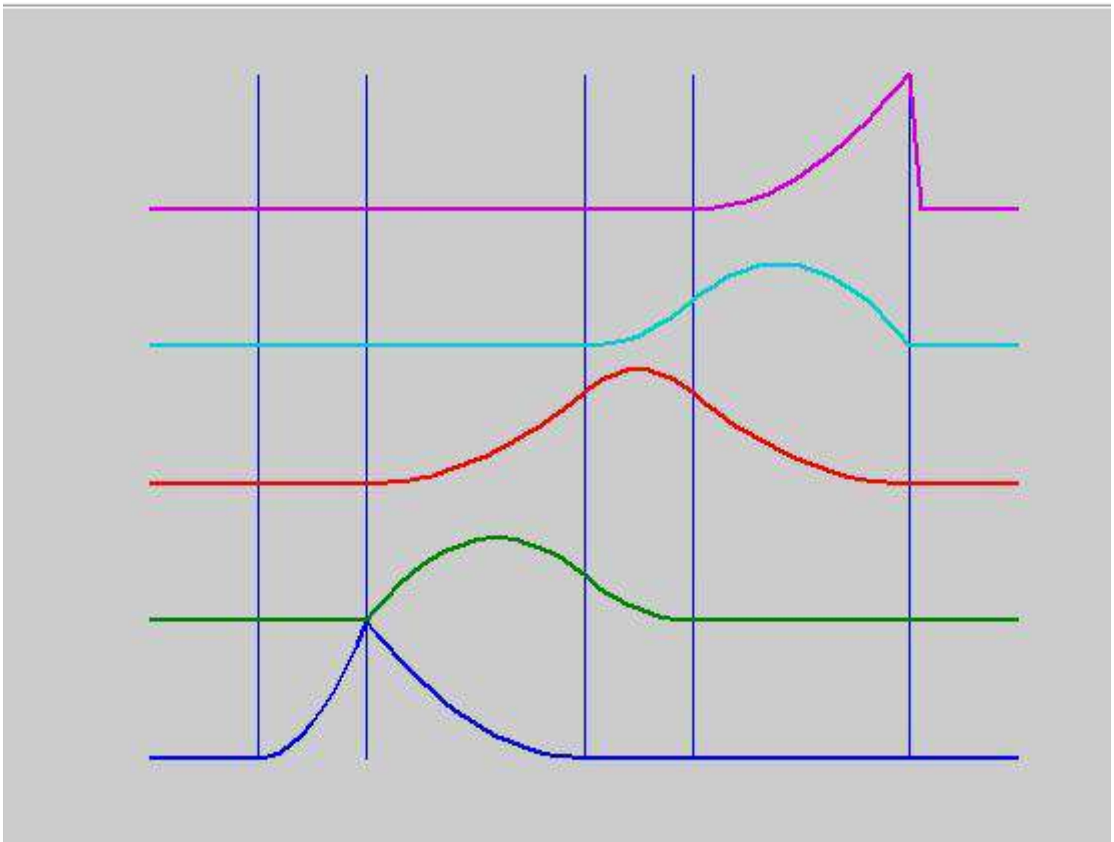


Рис. 8 ─ Сплайновая аппроксимация

2. Сплайновая аппроксимация поверхности.

Поверхность задана векторами y, x, типом franke. Проанализируем пример на построение с использованием сплайнов

Исходные данные для выполнения задания 2 в таблице 4.

Таблица 4

Исходные данные

№	x	y
1	([0:8]/8,.06.07,.95.85])	([0:5]/5,.03.77,.64.51])
2	([0:9]/9,.08.05,.75.65])	([0:6]/6,.02.67,.74.41])
3	([0:11]/11,.09.05,.65.51])	([0:7]/7,.04.57,.84.61])
4	([0:7]/7,.09.05,.85.56])	([0:4]/4,.03.57,.86.61])
5	([0:6]/6,.07.04,.52.45])	([0:3]/3,.01.47,.76.31])

```
x=sort([[0:10]/10,.06 .07, .95 .85]);
y=sort([[0:6]/6,.03 .87, .74 .51]);
[xx,yy]=ndgrid(x,y); z=franke(xx,yy);
ky=3; knotsy=augknt([0:4]/4,ky);
sp=spap2(knotsy,ky,y,z);
yy=[-.1:.05:1.1]; vals=fnval(sp,yy);
mesh(x,yy,vals.'),view(120,30)
```

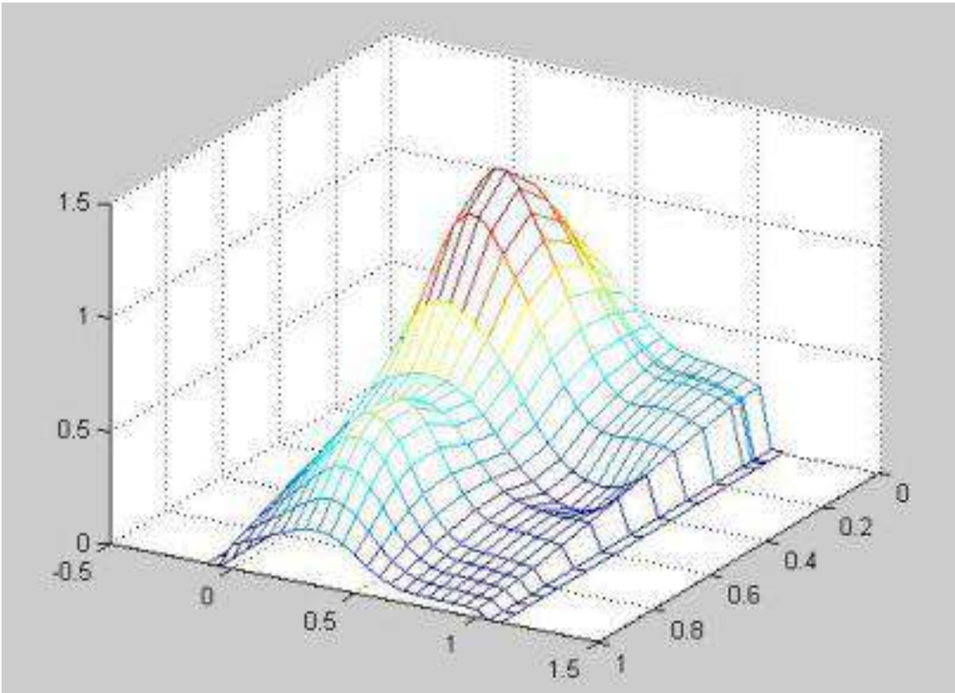


Рис. 9 ─ Сплайновая аппроксимация поверхности

4. Графические изображения в статистике

В результате осуществления статистического исследования получают определенный материал. Полученный материал передается геометрическими фигурами, географическими картосхемами или же точками, линиями.

В научной литературе по статистике графику дают следующее толкование: наглядный показ статистических величин, их соотношений в виде фигур, картосхем географических, точек, линий или фигур.

В графическом обличье предоставление данных позволяет решить самые различные задачи. Главное достоинство этого представления – наглядность. На графиках можно легко просмотреть тенденцию к изменению. Есть возможность определять скорость изменения тенденции. Разнообразные соотношения, прирост, взаимосвязь различных процессов можно на графиках рассмотреть.

Изложению статистических данных придают большую наглядность, выразительность, облегчают их восприятие и их анализ графики. Статистический график помогает определять зрительно характер рассматриваемого явления, присущие ему тенденции развития, закономерности, взаимосвязи с остальными показателями, географическое разрешение явлений. Еже давно китайский народ говорил о том, что тысячу слов сможет заменить одно изображение. Статистический материал с помощью графиков отличается ясностью, доступностью неспециалистам, привлекает внимание обширной аудитории к статистическим данным, представляет статистику и статистическую информацию.

Анализ статистических данных советуют начинать с их графического изображения. График незамедлительно помогает приобретать общее представление всей совокупности статистических показателей. Графический метод анализа – это логическое продолжение табличного метод. Он служит целям получения статистических обобщающих характеристик процессов, характерных массовым явлениям.

Задачи статистического исследования решаются с помощью графического изображения статистических данных:

– изображения величины явлений (показателей) в сравнении друг с другом;

– характеристикой структуры явления;

– изменения явления во временном пространстве;

– процессом выполнения плана;

– размещения или распространенности некоторых величин на территории;

– зависимости изменений явлений друг от друга.

Таким образом, самые различные графики используются в статистических исследованиях. В графике представлены основные элементы:

– его образ;
– система координат;
– его экспликация;
– поле графика;
– масштабные ориентиры;
– название.

Нередко пятый и шестой пункт объединяют в один элемент.

Пространственные ориентиры задаются как системы координатных сеток. Чаще в таких графиках применяется система прямоугольных координат. В отдельных случаях имеет место принцип полярных (угловых) координат – графики круговые. Средства пространственной ориентации картограммах – это пределы государств, рубежи его административных частей, географические ориентиры (контуры морей, рек, контуры береговых линий, океанов). На осях системы координат или на карте размещены характеристики статистических признаков представляемых процессов, а также явлений. Расположенные на осях координат признаки бывают качественными или количественными.

Совокупность точек, линий и фигур, квадратов, окружности, прямоугольников и других фигур с многообразной штриховкой, окраской, нанесением точек – это графический образ статистических данных

В графической форме передается самое любое явление статистической науки. Для этого находят верное графическое решение, устанавливается графический образ. Такой образ в лучшем виде соответствует явлению и изображает статистические данные. Графический образ должен соответствовать графической цели. Следовательно, перед началом построения графика нужно уяснить суть явления, цель, которую перед графическим изображением выдвигается. Форма графика должна иметь соответствие характеру и внутреннему содержанию показателя статистики. Сравнение на графике происходит по измерению площади, длине какой-то стороны фигур, местонахождения и густоты точек и др.

Линия – это изображения изменений явления во временном пространстве наиболее естественным способом. А для рядов распределения – или гистограмма, или полигон.

В практике статистической науки каждый из видов графических изображений строится по некоторым правилам. В статистических исследованиях сравнение абсолютных величин, относительных величин, средних и статистических величин с какими-то другими применяется для изучения особенностей явлений и их характерных черт, для познания в данных явлениях типичного. Анализ, имеет место при сравнении и сопоставлении статистических данных. Часто присутствует необходимость сопоставлять результаты, полученные в ходе статистического исследования явления, с величинами идеального аналогичного природного явления. Вследствие этого наглядное представление сравнения показателей принадлежит самым распространенным графикам в статистике. Для того же применяют диаграммы.

Диаграмма – это графическое изображение, наглядно передающее соотношение между величинами, подвергающимися сравнению. Диаграмма является чертежом. На этом чертеже статистические данные изображаются геометрическими линиями, телами, фигурами самых разных размеров.

Выделяют виды графиков (диаграмм) сравнения:

- полосовый вид;
- квадратный вид;
- столбиковый вид;
- круговой вид;
- фигурный вид.

Для строительства диаграммы используют программы MATLAB, Excel, Mathcad и другие. На лабораторных работах они изучаются.

В программе Excel построение диаграммы:

1. Выбирается график, гистограмма, диаграмма с областями, линейчатая диаграмма, на которую добавляется таблица данных.
2. Выбирается команда Параметры диаграммы в меню Диаграмма, затем перейти к вкладке Таблица данных.
3. Установить флажок Таблица данных или снять, затем чтобы скрыть / показать в сетке внизу диаграммы данные диаграммы.

4. Таблица данных на диаграммах с осью времени и диаграммах линейчатых не заменит ось диаграммы, однако будет выровнена по диаграмме.

5. В меню Диаграмма для присоединения таблицы данных к оси категорий в объемной диаграмме выбирается команда Объемный вид, затем устанавливается флажок Перпендикулярные оси.

В диаграммах Excel существует небольшой минус. Когда построили диаграмму на основе данных, которые нужно будет через время добавлять, тогда при добавлении данных в таблицу (на которой создана диаграмма), придется менять диапазон данных для диаграммы, чтобы их отобразить. Если сразу указать больший диапазон, то диаграмма примет некрасивый вид.

Программный графический процессор существует для формирования графиков в системе Mathcad. Программный графический процессор обеспечивает простоту задания графиков, их модификации посредством соответственных параметров. Данный процессор помогает разнообразные виды графиков: графики уровней, графики в полярной системе координат, и графики в декартовой системе координат, трехмерные поверхности.

Для построения графиков используются шаблоны. В их перечне содержится подменю Graph меню Insert. Многие параметры графического процессора для построения графиков задаются по умолчанию автоматически. Отсюда только достаточно задать тип графика для начального построения графика установленного типа. В подменю Graph включен список семи главных разновидностей графиков. Они позволяют выполнять действия, такие как:

– образовать шаблон графика в полярных координатах - полярный график или Polar Plot;

– формировать в декартовой системе координат шаблон двухмерного графика – декартов график или X – Y Plot;

– вызвать Мастера построения трехмерных графиков с определенными свойствами – мастер трехмерных графиков или 3D Plot Wizard;

– образовать шаблон графика в трехмерном пространстве в виде фигур (точек) – точечный график или 3D Scatter Plot;

– сформировать шаблон изображения в виде совокупности столбиков в трехмерном пространстве – трехмерная столбиковая диаграмма или 3D Bar Plot;

– формировать шаблон построения трехмерного графика – график поверхности или Surface Plot;

– образовывать шаблон контурного графика трехмерной поверхности – карта линий уровня или Contour Plot;

– формировать шаблон графика векторного поля на плоскости – векторное поле или Vector Field Plot.

Представление об объектах графических имеет связь с графикой. У них присутствуют определенные свойства. Об объектах в большинстве случаев можно забыть, если не занимаются объектно – ориентированным программированием. На конечного пользователя ориентировано большинство команд высокоуровневой графики. Ими автоматически устанавливается свойство объектов графических и обеспечивается воспроизведение графики в нужной палитре цветов, системе координат, масштабе и т.д.

Графики в MATLAB строятся в отдельных перемещаемых и масштабируемых окнах. Есть возможность поворачивать построенную фигуру мышью, наблюдать ее под различными углами, при этом никакого программирования данное вращение не вызывает.

Средства графики MATLAB включают три команды:

– открывающее пустое окно графики New Figure;

– открывающее окно сильного редактора графики Plot Tools;

– открывающее окно доступа к разным видам графики More Plots.

Достоинства системы MATLAB: масса средств для построения графиков от команд построения простых графиков функций одной переменной в декартовой системе координат и до презентационных и комбинированных графиков с анимацией, средствами проектирования графического пользовательского интерфейса. Трехмерной графике с функциональной окраской отражаемых фигур и имитацией световых эффектов уделяется в системе Особенное внимание.

Выводы

Было разобрано сущность графика, включая его значимость при статистических расчетах как средства наглядного вида по представлению данных. В статистической науке встречается следующее толкование графика: это изображение наглядного вида статистических величин, возникающих их соотношений посредством определенных фигур, линий, геометрических точек, картосхем географических.

Рассмотрены средства графики в трех основных программах Mathcad, Excel, MATLAB.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется графиком в статистической науке?
2. Какие задачи статистического исследования, используя графическое изображение, можно решить?
3. Каким образом задают пространственные ориентиры?
4. Что собой представляет графический образ статистических данных?
5. Где присутствует в системе Mathcad список шаблонов построения графиков?
6. Что называется Диаграммой.
7. Какие бывают типы диаграмм?
8. Какие команды содержат средства графики MATLAB?

Самостоятельная работа 4.
Многомерные вычисления в Mathcad

Подготовительный этап к работе

По представленной литературе освоить приемы работы с выводом многомерных данных в форме таблицы, приемы построения объемной графики, приемы контурной графики в Mathcad программе.

Контрольные вопросы

1. Назовите особенности организации вложенных циклов.
2. Перечислите правила многомерных функций.
3. Каким бывает вывод многомерных результатов в табличной форме?
4. Дайте определение трехмерной графике с функциональной окраской.
5. Назначение Surface Plot команды?
6. С какой целью применяется функция CreateMesh?
7. Каким образом строят фигуру с помощью обращения во круг оси?

Задания

1. Построить график поверхности в системе Matcard.

А таблице 5 исходные данные.

Таблица 5

Исходные данные

№	Функция	№	Функция
1	z(x,y)=3cos(x*y)	2	$z(x,y)=x^2*y$
3	z(x,y)=sin(x*y)	4	z(x,y)=5cos(x*y)
5	z(x,y)=tg(x*y)	6	$z(x,y)=2x+y^2$

Строение поверхностей по матрице аппликат их точек. Элементы матрицы M – переменные с целочисленными индексами. Следовательно, перед созданием матрицы нужно задавать индексы как переменные ранжированные с целочисленными значениями. После этого их них создавать сетку значений x и y – координат для z(y,x) аппликат. Преимущественно значения x и y должны выступить вещественными числами, в определенных случаях и положительными, и отрицательными. Вслед за выполнением вышеотмеченных определений вводят по команде Surface Plot шаблон графика. (Рисунок 10)

Построение Графика Поверхности

$z(x,y) := \cos(x\cdot y)$ Функция двух переменных x, y

$i := 0..20$ $j := 0..20$ Целочисленные индексы

$$M_{i,j} := z\left[\frac{(i-10)}{5}, \frac{(j-10)}{5}\right]$$

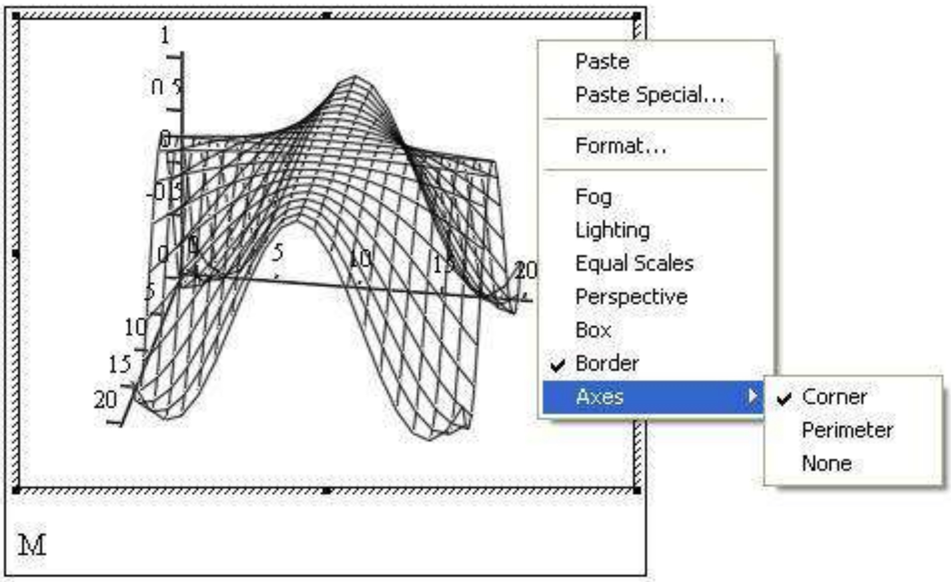


Рис. 10 – Шаблон графика

2. Построение поверхности без удаления невидимых линий.

В системе Matcard построить график поверхности, форматировать его, при помощи алгоритма функциональной окраски удалить невидимые линии. Как это можно сделать показано на рисунке 11.

Рис. 11 – Формат графика

Построить в системе Matcard трехмерный график.

Программа Mathcad отличается возможностью строить трехмерные виды графиков – без задавания матриц аппликат поверхностей. Один лишь недостаток этого упрощенного метода строения поверхностей заключается в неопределенности масштабирования, поэтому графикам необходимо форматировать.

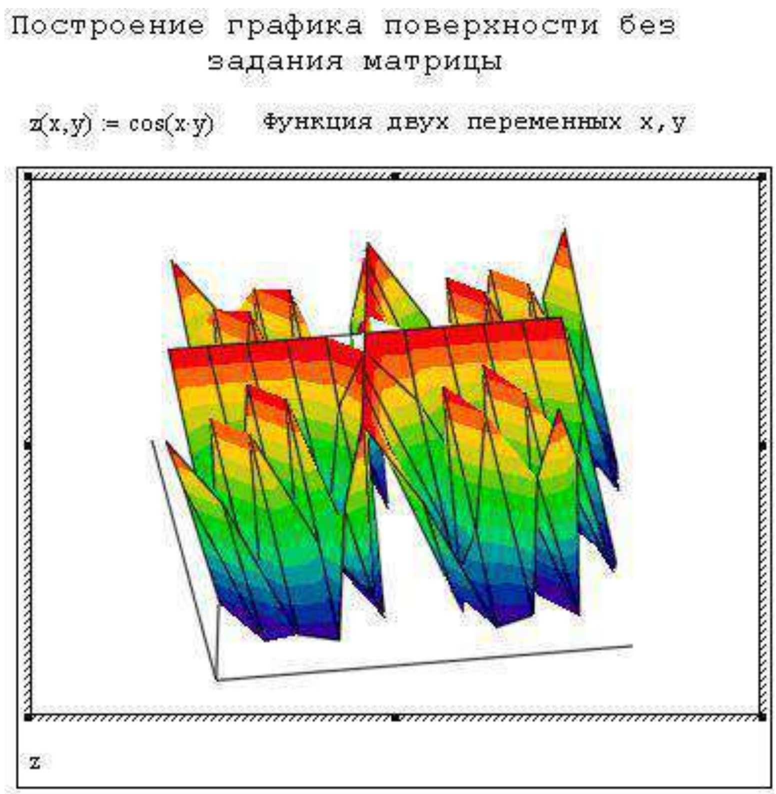


Рис. 12 – Поверхности графика без задания матрицы

3. Построение поверхности графика без задания матрицы
На рисунке 12 варианты, как можно построить график.

Таблица 6

Исходные данные

№	Функция
1	H(u,v)=3(u2*v)
2	H(u,v)=3sin(u*v)
3	H(u,v)=7cos(u*v)
4	H(u,v)=cos(u*v)
5	H(u,v)=tg(u*v)
6	H(u,v)=sin (u*v)

Применение графической функции CreateMesh

1. Зададим функцию двух переменных
2. Зададим пределы изменения переменных

$H(u,v) := \sin(u \cdot v)$

$u0 := -2 \quad u1 := 2$

$v0 := -2 \quad v1 := 2$

3. Используя функцию CreateMesh создадим матрицу поверхности

C := CreateMesh(H,u0,u1,v0,v1)

4. Задав построение графика типа Surface Plot, получим

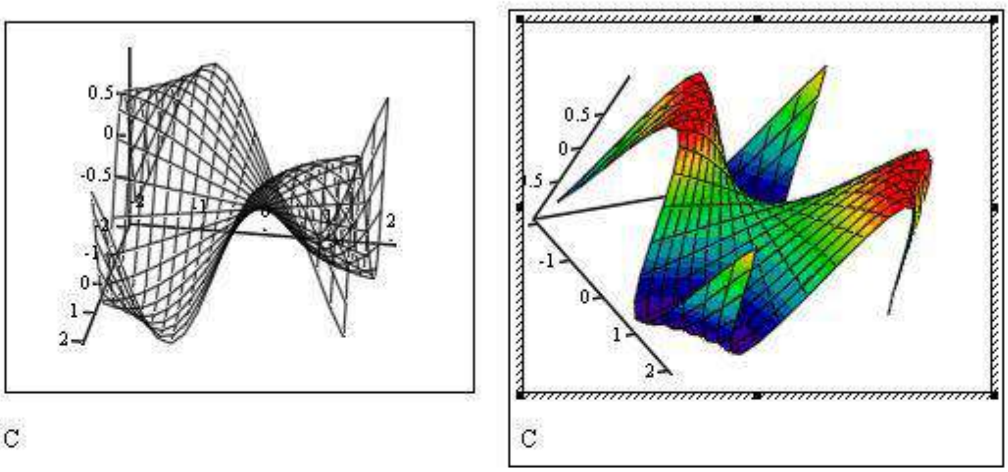


Рис. 13 – Построение графика поверхности с применением функции CreateMesh

Еще применения CreateMesh функции заключается в построении объемной фигуры. Она получается вращением кривой, заданной функцией $f(x)$, вокруг оси X или оси Y.

В таблице 7 представлены исходные данные.

Таблица 7

Исходные данные

№	Функции	№	Функции
1	$f(x)=\cos(x^2)$ $G(u,v)=f(u)*\sin(v)$ $H(u,v)=f(u)*\cos(v)$	4	$f(x)=3\cos(x^2)$ $G(u,v)=f(u)*4\sin(v)$ $H(u,v)=f(u)*6\cos(v)$
2	$f(x)=3(x^2)$ $G(u,v)=f(u)*v$ $H(u,v)=f(u)*3\cos(v)$	5	$f(x)=3x*\cos(x^2)$ $G(u,v)=f(u)*(v^2)$ $H(u,v)=f(u)*3(v)$
3	$f(x)=tg(x^2)$ $G(u,v)=f(u)*(v^2)$ $H(u,v)=f(u)*3(v)$		

Пример решения данной задачи показан на рисунке 14.

Построение фигуры, полученной вращением кривой вокруг оси X

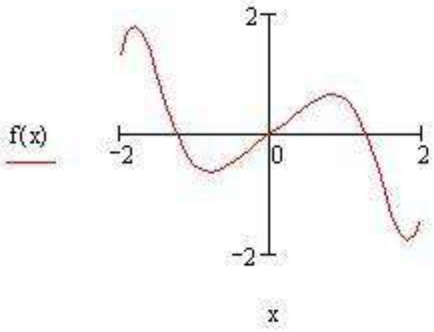
$f(x) := x\cdot\cos\left(x^2\right)$ $\quad a := -2$ $\quad b := 2$ $\quad mesh := 30$

$F(u,v) := u$ $\quad G(u,v) := f(u)\cdot\cos(v)$ $\quad H(u,v) := f(u)\cdot\sin(v)$

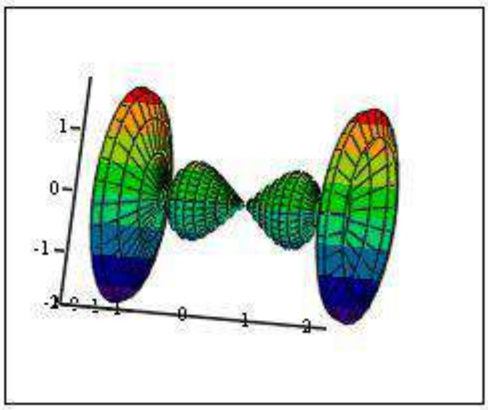
$S := CreateMesh(F,G,H,a,b,0,2\pi,mesh)$

График функции f(x)

$x := -2,-1.9..2$



Поверхность вращения графика f(x)



S

Рис. 14 – Фигура полученная вращением кривой.

Самостоятельная работа 5.
Многомерные вычисления в MATLAB

Подготовка к работе

По представленной литературе необходимо изучить правила построение объемной графики, контурной графики в MATLAB программе, использование окна графического.

Контрольные вопросы

1. Назовите правила построения графиков в отдельных окнах.
2. Укажите правила функции meshgrid.
3. Расскажите о трехмерной графике с функциональной окраской раскраской.
4. Определите Назначение команд figure, plot.
5. Для чего применяется функция meshc?
6. Назовите правила обработки данных в графическом окне?

Задания

В MATLAB системе объемные графики и двумерная функция.

– Из таблицы 8 введите исходные данные.

– Высчитайте двумерную функцию.

– В виде пяти трехмерных графиков разного типа выведите функцию.

– В виде двух контурных графиков различного типа выведите функцию.

– В таблице 8 исходные данные выполнения лабораторной работы.

Таблица 8

Исходные данные

№	Функция	Пределы изменения	
		x	**y**
1	z=sin(x)cos(y)	от –2π до 2π	от –2π до 2π
2	z=sin(x/2)cos(y)	от –2π до 2π	от –2π до 2π
3	z=sin(2x)cos(y)	от –2π до 2π	от –2π до 2π
4	z = sin(x)cos(y/2)	от –2π до 2π	от –2π до 2π
5	z= sin(x/2)cos(2y)	от –2π до 2π	от –2π до 2π

1. Пример выполнения лабораторной работы.
2. Границы изменений $2\pi ... 2\pi$ аргументов
3. Количество точек и шаг
4. N =40; $h = pi/20$;
5. Расчет матрицы
6. for n=$1:2*N+1$
7. if n= $N+1$ $A(n)=1$; else $A(n)=\sin(h*(n-N-1))/(h*(n-N-1))$; end ; end ;
8. for n=$1:2*N+1$
9. for m= $1:2*N+1$
10. $Z(n,m)=A(n)*A(m)$
11. end ; end ;
12. Задание площадки
13. $[X,Y] = meshgrid([-N:1:N])$;
14. % Вывод в первое окно графика в аксонометрии
15. $figure(1)$; $plot3(X,Y,Z)$;
16. % вывод во второе окно трехмерного графика с функциональной окраской
17. $figure$ (2); mesh(X,Y,Z);
18. % вывод в третье окно трехмерного графика с функциональной окраской и проекцией
19. $figure$ (3); meshc(X,Y,Z)
20. % вывод в четвертое окно трехмерного графика с проекцией
21. $figure$ (4); surf(X,Y,Z)
22. % Вывод в пятое окно контурного графика
23. $figure$ (5); contour(X,Y,Z)
24. % Вывод в шестое окно объемного контурного графика $figure$ (6); contour3(X,Y,Z)
25. % Вывод в седьмое окно объемного графика с освещением
26. $figure$ (7);surfl(X,Y,Z)

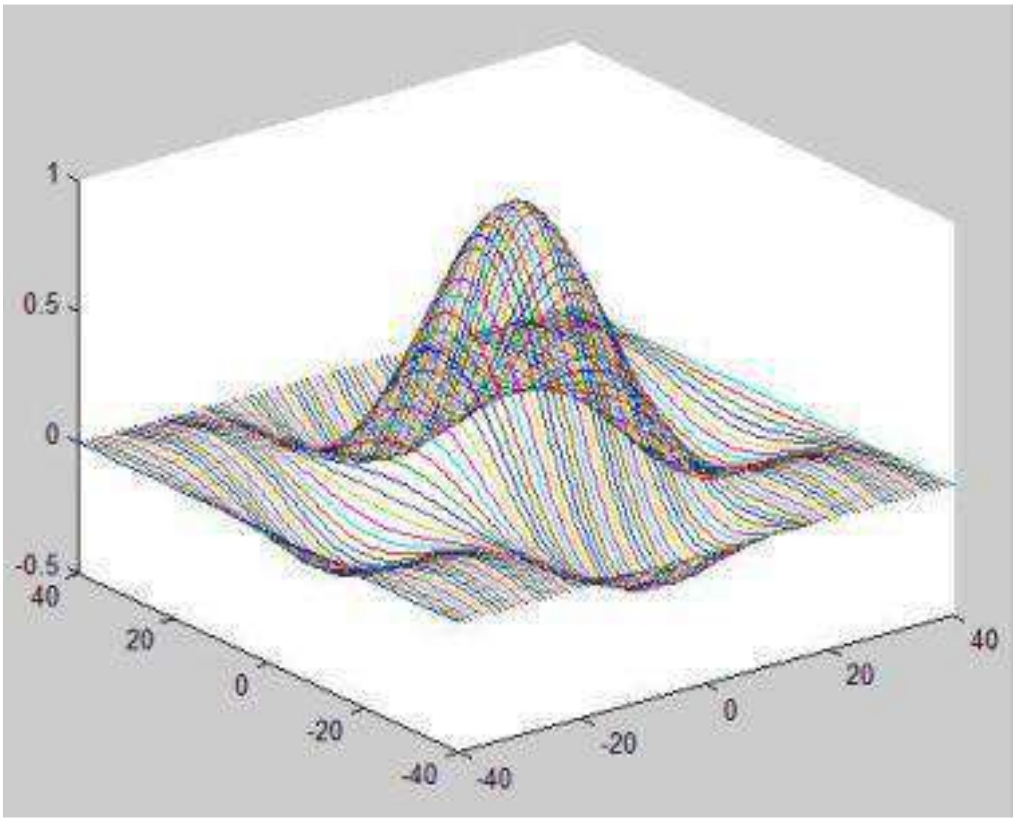


figure 1

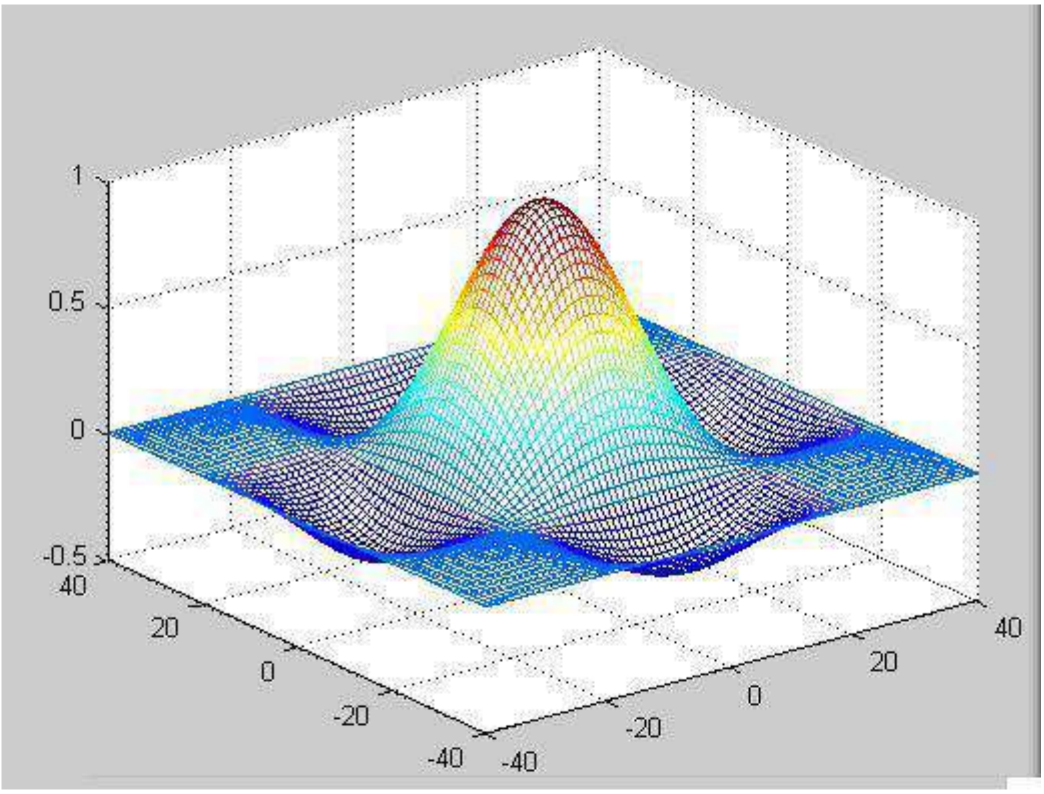


figure 2

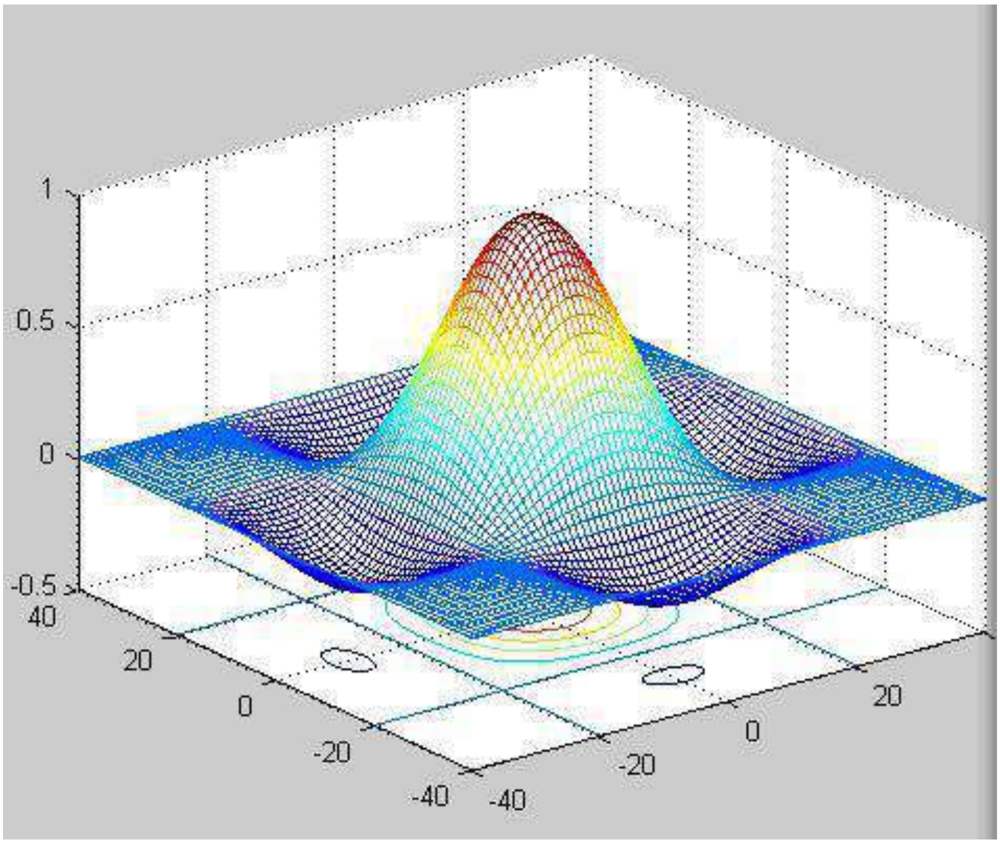


figure 3

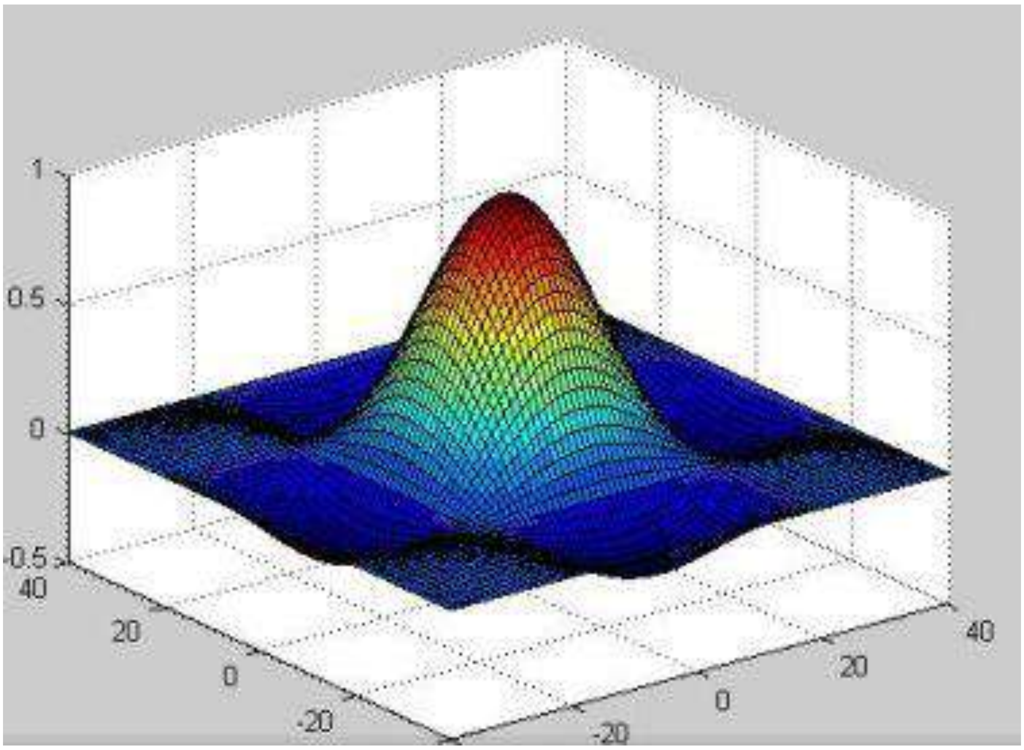


figure 4

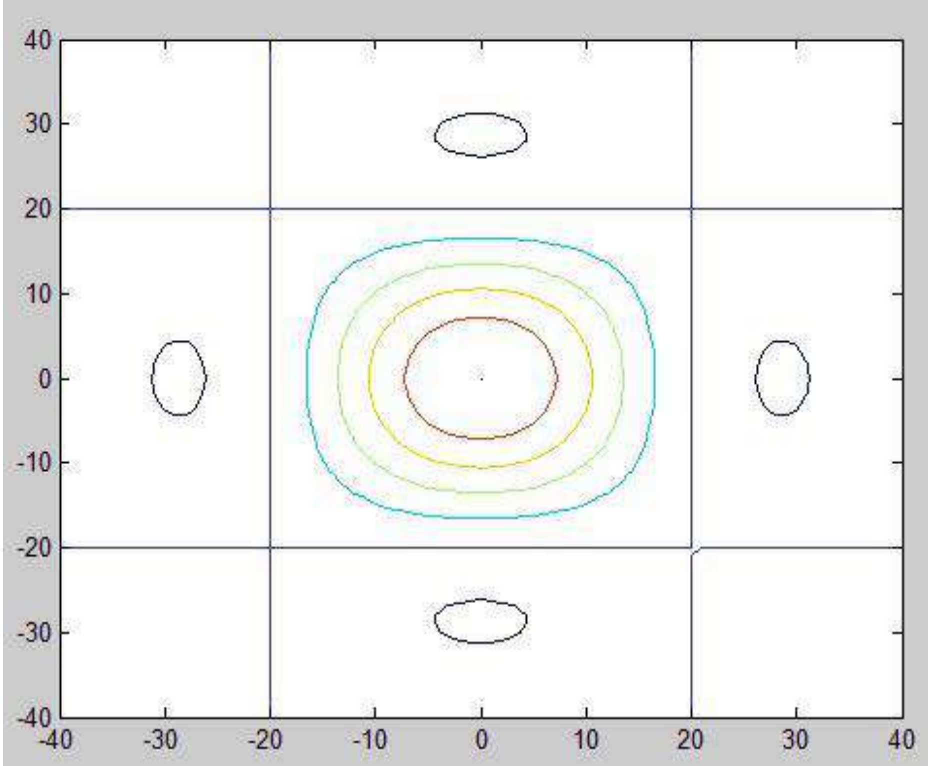


figure 5

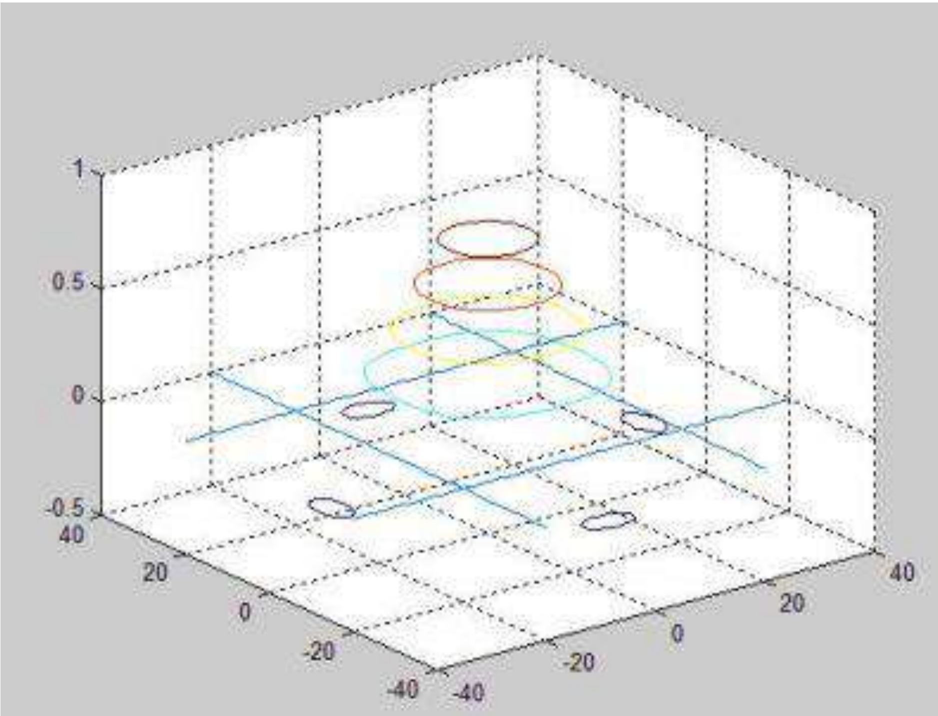


figure 6

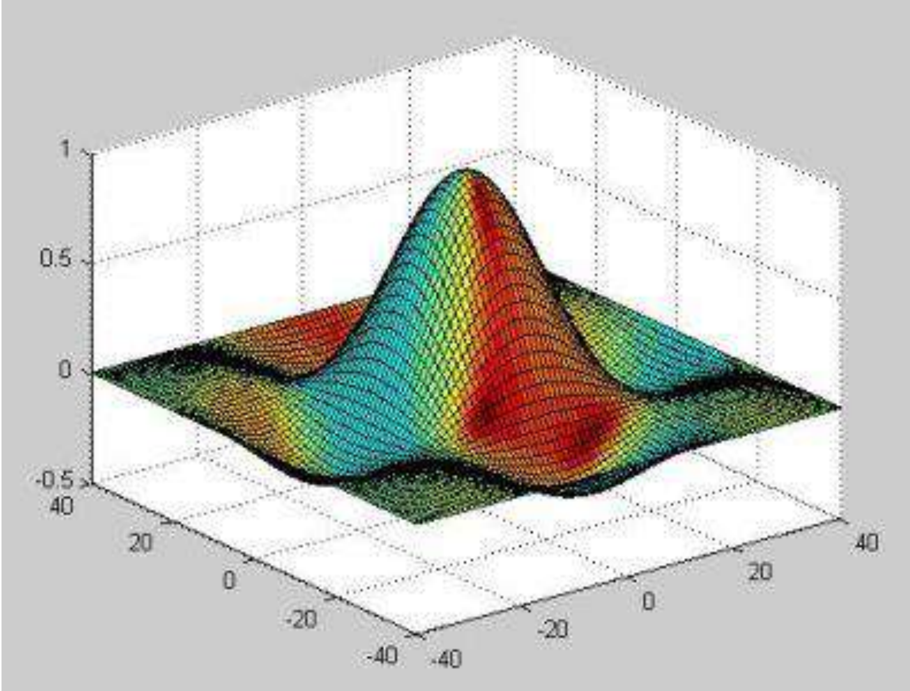


figure 7

В MATLAB системе обработка данных в графическом окне.

В таблице 9 указаны различные варианты заданий.

Таблица 9

Исходные данные

№	Ветор Х	Вектор У
1	[2, 5 , 7, 9, 15, 19]	[1.2, 3.5, 5.89, 9.56, 7.56, 5.4]
2	[1, 3, 7, 11, 13, 17]	[3.5, 5.7, 2.45, 8.9, 6.73, 2.45]
3	[0.5, 1.5, 4, 5.7, 9, 13]	[3, 5, 7, 12, 13, 17]
4	[1, 2, 6, 8, 3, 1]	[3, 5, 7, 9, 2, 1]
5	[1.5, 3.6, 4.56, 7, 8,11]	[1, 3.6, 7.9, 5.7, 4.5, 6.87]

Пример

векторами Х, У задана зависимость у(х)

```
>> X=[2,4,6,10,12,14];
>> Y=[3.76,4.4,5.56,6,7.6,8.1];
>> plot(X,Y,'o');
```

На figure 1 имеется пример реализации полиномиальной регрессии для полинома пятой и четвертой степени, линейной регрессии, кубической регрессии, квадратичной регрессии. Из графиков следует, что полином пятой степени верно отображает ряд значений.

Запись исходных векторов показывается в верхнем углу. Совершая команду по названием Tools→Basic Fiting можно получить окно регрессии. В окне Check to display fits on figure введем интересующие регрессии. Установка птички у параметра Show equations выводит в графическом окне записи уравнений регрессии.

По Tools→Data Statistics команде выводится окно статистических параметров для представленных данных векторами x и y. Отмечая птичкой нужный параметр в таком окне, будет видны построения на графике.

5. Нейронные сети, как способ обработки данных

В работе У. Маккаллока и У. Питтса было положено начало современным моделям нейронных сетей. Указанные авторы сделали первую попытку эмулировать способности человека, распознавать и классифицировать образы. Последующее развитие имеет связь с работой Ф. Розенблатта. Его модель назвали перцептроном. После небольшого затишья, с начала 1980-х годов возник и продолжается до сегодняшнего дня новый виток развития моделей нейронных сетей. Он связан с трудами С. Гроссберга, Д. Хопфилда, Т. Кохонена и др.

Применение принципа нейросети является обязательным там, где мы получаем первичную информацию для дальнейших выводов: органами зрения, обоняния, слуха, осязания. На этом уровне мы сможем провести первичную классификацию, принять оперативное решение: убежать от приближающегося автомобиля, надеть противогаз и т.д.

Следовательно, в нашей жизнедеятельности, которая требует разнообразного проявления, присутствует такая ниша, где решение должно быть сверхоперативным, скорее – рефлекторным, не допускающим анализа. Этому содействует высокий параллелизм сети. Высокий параллелизм вместе с исключением сложных расчетов, определил взрыв интереса к системам искусственного интеллекта в начале 1980–х годов. В это время остро поднималась задача разработки вычислительных средств сверхвысокой производительности.

Значимым вопросом современной науки выступает актуальность аппаратной реализации нейрокомпьютеров или нейросети, потому что программная модель на непараллельном компьютере лишена свойства высокого параллелизма мозга, а также ограничивает выход на «большие» нейросети.

Данный параллелизм выражен в том, что в одно время обрабатывается большое количество цепочек нейронов. Наряду с этим каждый нейрон обрабатывается по одному алгоритму, однако – по различным его ветвям: один возбудится, а другой нет. Связи нейрона индивидуальны. Они изменяются не идентично связям других нейронов и т.д.

Выдвигая задачу разработки параллельного вычислительного устройства – нейрокомпьютера, который способен имитировать работу нейросети, учитывая ее достоинств по реализации высокой производительности, необходимо учесть, что:

– нужно распределять нейроны (нейроподобные элементы или соответственные им программные процедуры) между процессорами нейрокомпьютера. Значит, необходимо реализовывать способ распараллеливания по информации;

– одинаковые на всех процессорах программы одновременно обрабатываемых нейронов должны выполняться по различным ветвям.

При программной реализации нейросети отвечают SPMD–технологии («одна программа – много потоков данных»), привлекательность которой обоснована для многих приложений параллельного решения задач высокой сложности.

При аппаратной реализации нейрокомпьютеров (или его аппаратной поддержке) следует учесть следующее требование: одним нейроподобным элементом должно делитьсяч время между имитацией многих нейронов. Жесткая аппаратная имитация нейросети, которая соответствует связи «один нейроподобный элемент – один нейрон», выступает неэффективной, потому что ограничивает возможную размерность моделируемой сети.

Учитывая специализацию нейрокомпьютера при использовании сетевых технологий в рамках построений более сложных управляющих систем, необходимо, чтобы нейрокомпьютер применялся в качестве сопроцессора под управлением универсального и мощного компьютера–монитора. В рамках современных компьютерных технологий необходимо чтобы нейрокомпьютер дополнял персональный компьютер как его внешнее устройство и «врезался» в имеющуюся основную сеть.

Основу нейрокомпьютерной сети представляет нейрон искусственный.

Искусственный нейрон в литературе подражает в первом приближении свойствам нейрона биологического. На вход искусственного нейрона поступает некоторая часть сигналов. Каждый сигнал - это выход другого нейрона. Любой вход умножается на подобающий вес, похожий на синаптическую силу. Происходит суммирование произведения. Тем самым определяя уровень активации нейрона.

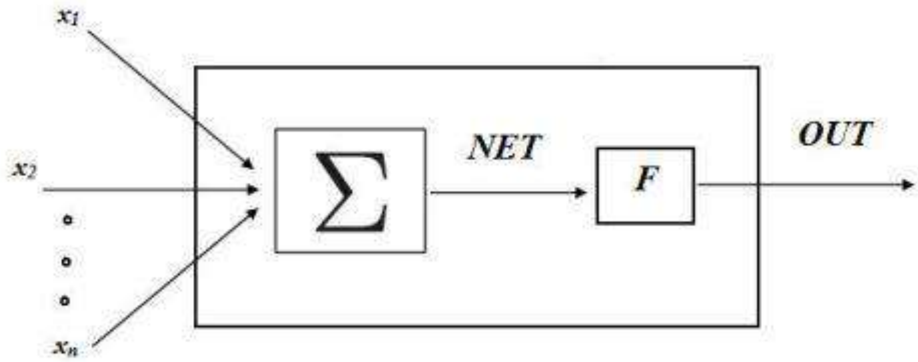


Рис. 14 – Определение уровня активности нейрона

На рисунке 14 представлена модель. Данная модель которая воплощает идею. Множество входных сигналов, $x_1, x_2, ...x_n$, поступает на нейрон искусственный. Входные сигналы (вектором X) отвечают приходящим в синапсы биологического нейрона сигналам.

Происходит умножение сигнала на определенный вес $u_1, u_2, ...u_n$. Далее поступает на суммирующий блок – □. Каждый вес отвечает так называемой «силе» одной биологической синаптической связи. W вектор обозначает в совокупности множество весов. Суммирующий блок соответствует телу биологического элемента. Этот блок складывает взвешенные входы алгебраически, образовывая выход NET. Все это в векторных обозначениях может записываться:

$NET = XW$

Сигнал NET преобразуется активационной функцией F, дает нейронный выходной сигнал OUT. Активационная функция может выступать линейной обычной функцией

$OUT = F(NET),$

F – это константа

$$OUT = \begin{cases} 1, & \text{если } NET > T \\ 0, & \text{если } NET \leqslant T \end{cases} \quad (5.1)$$

T – это постоянная пороговая величина или же функция, которая точно моделирует передаточную нелинейную характеристику биологического нейрона. Вместе с этим предоставляет большие возможности нейронной сети.

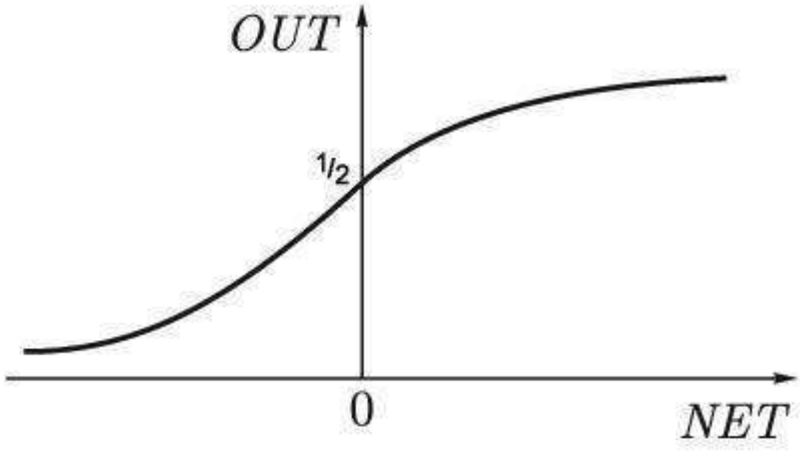


Рис. 15 – Сигмоидальная (S-образная) функция

На рисунке 15 изображен блок - F, принимает NET сигнал, выдает OUT сигнал. Когда блок F сузит диапазон изменения размера NET так, что при самых разных значениях NET значения OUT принадлежат определенному конечному интервалу, тогда F называют функцией «сжимающей». Логистическая («сигмоидальная», S – образная) функция часто используется в роли функции «сжимающей» (рисунок 15). Данная функция выражается:

$F(x) = 1/(1 + e - x)$ (5.2)

Значит,

$OUT = \frac{1}{1 + e^{-NET}}$ (5.3)

Сравнивая с электронными системами, активационную функцию можно определить усилительной нелинейной характеристикой искусственного нейрона. Коэффициент усиления можно вычислить как отношение приращения величины OUT к вызвавшему его приращению величины NET. Он проявлен наклоном кривой при возбуждении, поддается изменению от малых значений при отрицательных возбуждениях до наибольшего значения при возбуждении нулевом. Снова уменьшается, когда возбуждение становится положительным.

С. Гроссберг (1973) выявил, что аналогичная нелинейная характеристика разрешает установленную им шумового насыщения дилемму. При каких условиях одна и та же сеть обрабатывает и слабые, и сильные сигналы? В большом сетевом усилении нуждаются слабые сигналы, чтобы дать пригодный к применению выходной сигнал. Наряду с этим усилительные каскады с немалыми коэффициентами усиления могут приводить к насыщению выхода шумами усилителей (случайными флуктуациями), присутствующим в абсолютно каждой физически реализованной сети. В свою очередь входные сильные сигналы приведут к насыщению усилительных каскадов, пропуская возможность полезного применения выхода. Центральная область логистической функции с большим коэффициентом усиления решает вопрос обработки слабых сигналов. А области с падающим усилением на отрицательном конце и положительном конце подходят для крупных возбуждений. Таким образом, нейрон действует в широком диапазоне уровня входного сигнала с высоким усилением.

$$OUT = \frac{1}{1+e^{-NET}} = F(NET) \quad (5.4)$$

Еще одной широко применяемой активационной функцией выступает гиперболический тангенс. По форме она схожа с логистической функцией и нередко используется биологами как математическая модель активации нервной клетки. В качестве активационной функции нейронной искусственной сети она будет записана:

$$OUT = th(x) \quad (5.5)$$

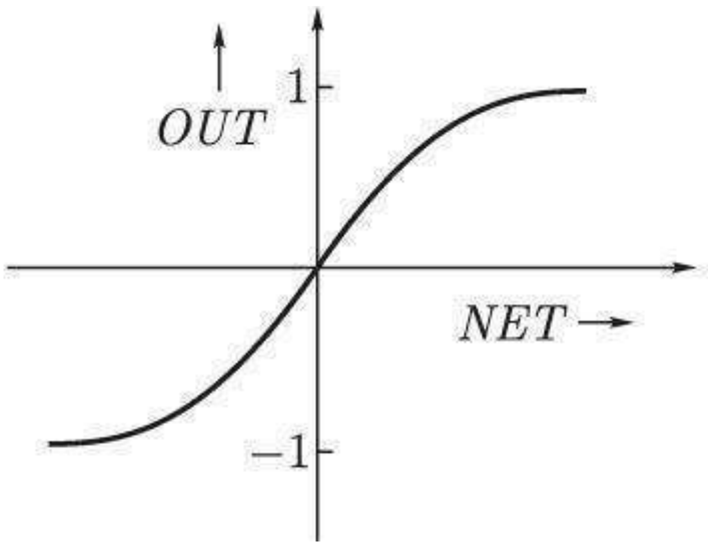


Рис. 16 – Гиперболический тангенс

Аналогично логистической функции гиперболический тангенс выступает S-образной функцией, причем он относительно начала координат симметричен, в точке $NET = 0$ значение сигнала выходного $OUT = 0$ (рисунок 16). Гиперболический тангенс, в отличие от логистической функции, принимает значения разных знаков, и такое его свойство используется для целого ряда сетей.

Данная простая модель искусственного нейрона пропускает свойства, которые имеются у его биологического двойника. Так, она делает акцент на задержке во временном пространстве, которые сказываются на динамике системы. Выходной сигнал сразу же порождают входные сигналы. В такой модели игнорирует влияний функции модуляции частотной или функции биологического нейрона, которую называют синхронизирующей. Многие исследователи в своих работах признают решающими в нервной деятельности естественного мозга.

Несмотря на все ограничения и еще сети, которые построены из нейронов, открывают свойства, которое очень походит на биологическую систему. Лишь время и исследования могут отвечать на вопрос, являются ли подобные совпадения случайными или это следствие моделирования, при котором верно отражаются важные черты биологического нейрона.

Искусственные однослойные нейронные сети.

Один нейрон выполняет самые простые процедуры распознавания. При этом для обстоятельных нейронных вычислений необходимо нейроны в сети соединить. В самую простую сеть включаются группы из нейронов. Эти нейроны образуют слой. В правой части рисунка 17 это представлено. Для распределения входных сигналов служат круги слева – вершины. Они какие-либо вычисления не выполняют, вследствие этого не будут называться слоем. Для наглядности отметим их кругами, чтобы выделить их из вычисляющих нейронов. Вычисляющие нейроны обозначены квадратами. Каждый элемент из массы входов X отдельным весом объединяется с каждым искусственным нейроном A. Всем нейроном дается определенная сумма входов в сеть. В биологических сетях и искусственных сетях некоторые соединения могут быть не представлены, однако здесь они показываются все для демонстрации общей картины. Также могут существовать соединения между входами и выходами в слое элементов.

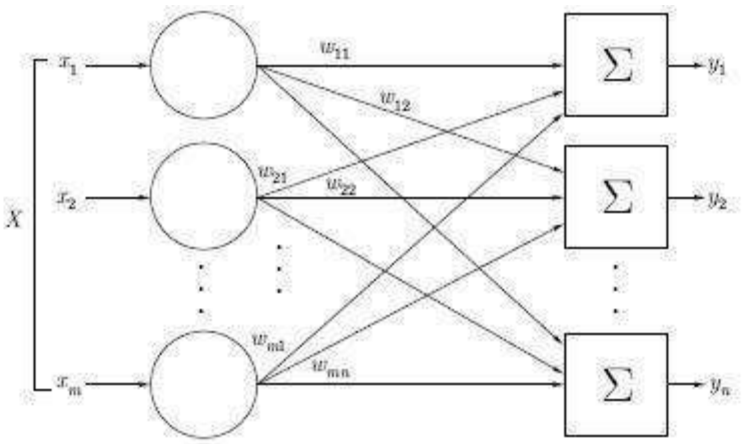


Рис. 17 – Нейронная простейшая сеть

Можно считать вес W элементами матрицы. Матрица располагает m строками и n столбцами. В данном случае m – это число входов, n – это число нейронов. $u_{2,3}$ – вес, который связывает второй вход с третьим нейроном. Таким образом, вычисление выходного вектора N, компонентами которого выступают выходы OUT нейронов, происходит как матричное умножение $N = XW$, где N и X – это векторы-строки. Компонентами выходного вектора N являются выходы OUT нейронов

В качестве задачи современной действительности выступает строение моделей нейросетей универсального вида в составе компьютерного программного обеспечения, которые будут приспосабливаться под запросы пользователя. Актуальнее построить набор нейросетей, которые сопряжены с компьютером и, по предпочтению пользователя, принимающих участие в решении трудных задач. Аппаратно осуществленные нейросети, а именно компьютерные приставки или внешние устройства, определяют направление использования ПЛИС (программируемая интегральная схема – programmable logic device), то есть интегральных схем с программируемой логикой.

Если необходимо исследовать сеть, то нужно принимать во внимание то, что, предложенное решение должно учесть текущее состояние сети, наличие критических участков и качество связи, а также поиск наилучшего решения должен выполняться в реальном временном пространстве. Выбор маршрутов, максимизирующих в сети степень узла, представляет возможность в планировании работы сети. Это планирование направлено на то, чтобы была минимальным пересылки пакета по сети. Сумма потоков, которые поступают в узел и от него исходят, определяет степень узла. Для задач маршрутизации выбирается критерий качества работы. Он должен отразить цели, связанные с какой-то задачей, с составлением плана по работе линий связи. Выбирается маршрут между парой источник – приемник. Это производится с расчетом, чтобы минимизировать критерий качества работы. Со структурой нейронной сети должен согласовываться показатель качества работы.

Обратимся к примеру использования нейронных сетей для предсказания прохождения по сети пакетов.

Потоковый граф связан с каждой нейронной сетью. Его вершины отвечают нейронам, выходам сети, а также входам сети, дуги – связям. V – это масса вершин сети, а огромное количество дуг D – это подмножество $V \times V$. Следовательно, каждой дуге отвечает пара вершин V_1, V_2, дуга из первой исходит, во вторую она входит. С каждой вершине V сравним активационную функцию φ_v, с каждой дугой (u, v) – вес $W_{u,v}$. Циклы не бывают у сети прямого распространения. Следовательно, можно пронумеровать ее вершины так (V считается множеством натуральных чисел), как и $u < v$ для каждой дуги.

Обозначим y_v вход соответствующего вершине с номером v нейрона, а его выход – xv. Такую нейронную сеть описывает соотношение

$$y_v = \sum_{u:(u,v)\in D} w_{u,v} x_u \quad (5.6)$$

Суммирование проводится по всем входящим в нейрон дугам

$$x_v = \varphi_v(y_v) \quad (5.7)$$

Отображение φ_v для многих архитектур нейронных сетей работает покоординатно. Оно определяется функцией активации соответствующего нейрона. К недостатку таких сетей относится следующее: невозможно рассмотреть процедуру их модификации.

Для исследования выберем архитектуру сети, а именно нейронную линейную сеть с линией задержки по входу на 4 такта и с одним входом. Управление потоками в настоящей сети имеет следующий алгоритм. В определенное время гипотетический прибор скапливает информацию относительно состояния сети. На вход нейронной сети, с одним слоем и числом нейронов n попадает информация. В соответствии с этой информацией сеть находит на выходе образ и определяется в состояние равновесия. Из предыдущего раздела возьмем данные для моделирования сети. Как массив P={[1;5,4] [2;4,7] [3;2,9]

[4;1,8]} обозначим значения входной переменной. Количество переходов – это первое значение. Второе значение – это скорость информационной передачи и массив цели $T = \{1{,}84;1{,}49;0{,}37;0{,}1\}$ время информационного прохождения по сети. Обучающая последовательность $time = 0{:}0.1{:}1$

С помощью MATLAB проектируем сеть (см. Рисунок 18).

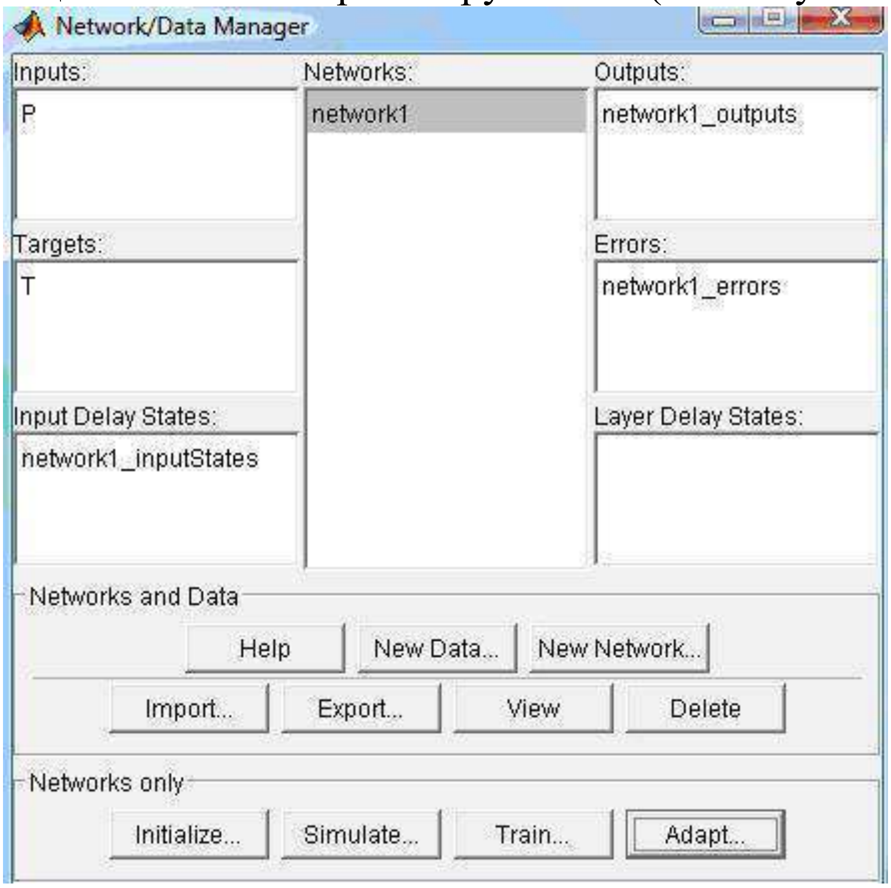


Рис. 18 – Окно управления сетью

На рисунке 17 представлены последовательность входов и целей. Исходя из этих данных, моделируем нейронную сеть. На рисунке 19 представлена имитационная модель нейронной сети.

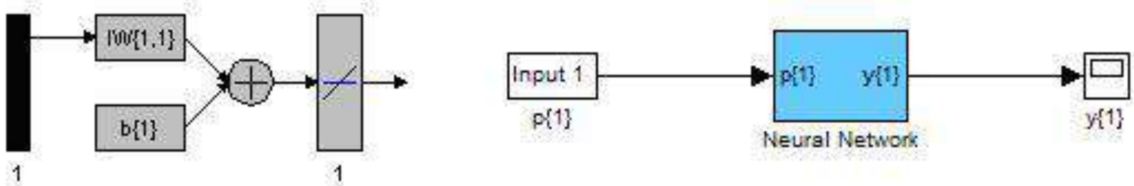


Рис. 19 – Модель нейронной сети

В системе Simulink рассмотрим имитационную модель. Данная схема в таком пакете выступает в полной мере функциональной. На рисунке 20 представлена функциональная схема модели нейронной сети.

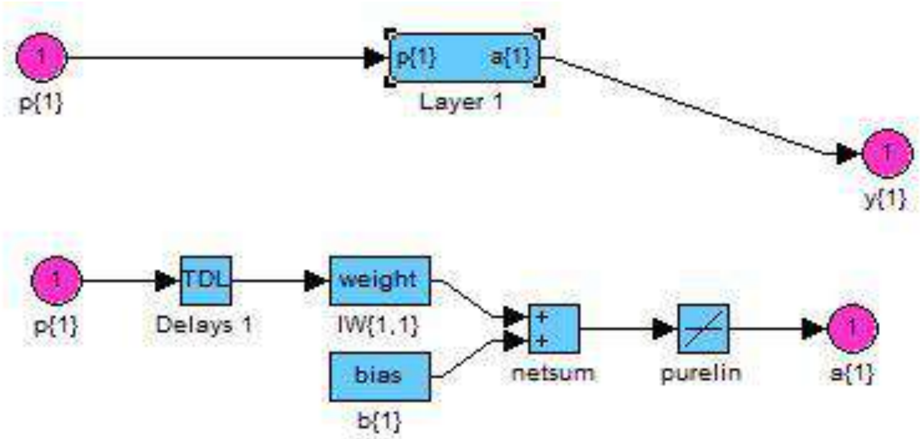


Рис. 20 – Функциональная схема модели нейронной сети

Для нейронной однослойной сети разберем процесс функционирования подробно. Со всеми входами нейрона соединен каждый элемент вектора входа. Данное соединение задается матрицей весов W; каждый $i-$й нейрон включает суммирующий элемент, формирующий скалярный выход $n(i)$. Совокупность скалярных функций $n(i)$ соединяются в S – элементный вектор входа n функции активации слоя. Вектор столбец a формируют выходы слоя нейронов. Таким образом, описание нейтронового слоя выглядит $a = f(W \cdot P + b)$, описывает одиночный маршрут. На рисунке 21 представлена структурная схема однослойной нейронной сети. Здесь P – это вектор входа $R \times 1$, W – это весовая матрица SxR, n, a, b векторы величины $S \times 1$.

На стадии разработки подобраны самые оптимальные значения факторов аналитическим способом. По числу факторов определено количество в сети нейронов. Модель нейронной сети предпочитает образ из набора, присутствующего в её памяти.

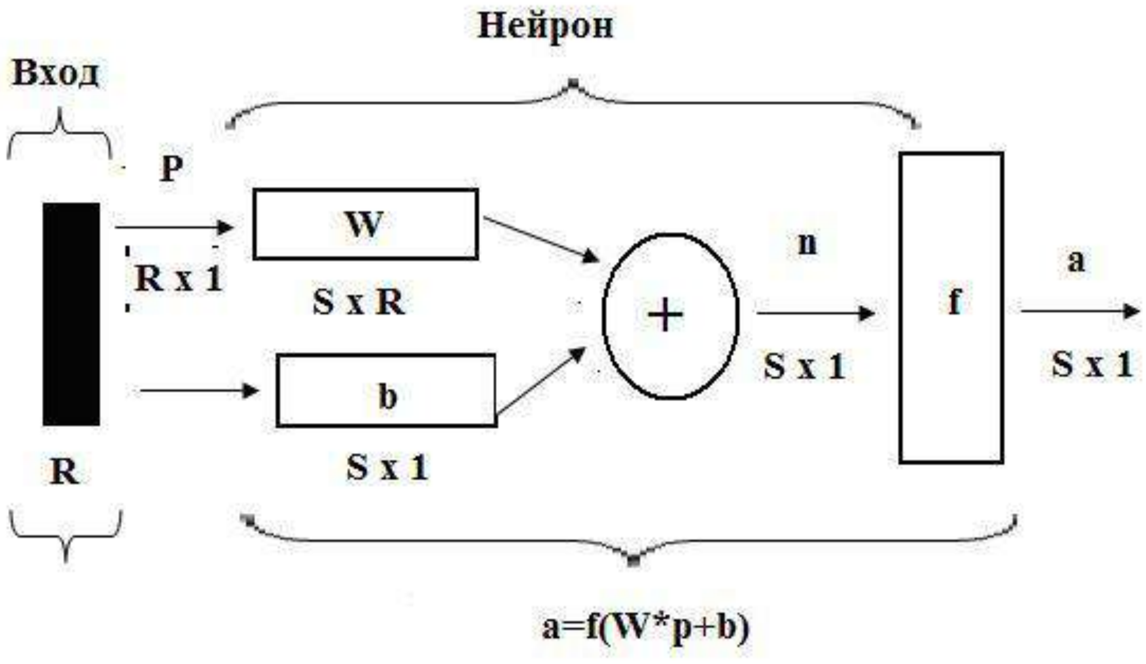


Рис. 21 – Структурная схема нейронной однослойной сети

Нейронные сети является системой адаптивной. Ее жизненный цикл содержит между собой независимые фазы – фаза обучения и фаза работы сети.

Обучение сети - это поиск вектора w. Для него минимальна суммарная ошибка по всем маршрутам:

$$E(w) = \sum_{n-1}^{N} e_n = min \quad (5.8)$$

e_n – ошибка для n – маршрута.

Для изучения в вычислительных сетях процесса маршрутизации применяем прямого распространения с частичной структурой связей нейронные сети.

Под обучением понимается процесс, вследствие которого система приобретает способности ответить необходимыми реакциями на конкретные внешние воздействия. Под адаптацией понимают подстройку структуры системы и параметров и для достижения определенного качества управления при наличии непрерывных изменений внешних условий.

При этом пригодность выбранного пространства для определенной задачи обучения распознаванию характеризует результат самообучения. Если выделяющиеся при самообучении абстрактные образы совпадают с реальными, пространство было выбрано удачно. Чем абстрактные образы сильнее различаются с реальными, тем «неудобнее» избранное пространство для намеченной задачи.

Следовательно, алгоритм обучения нейронных сетей посредством обратного распространения будет строится следующим видом:

1. Подавать на входы сети один из возможных образов и в режиме обычного функционирования нейронных сетей. Если сигналы распространяются от входов к выходам, рассчитываются значения последних.

$$S_j^{(n)} = \sum_{i=0}^{M} y_i^{(n-1)} \cdot w_i^{(n)} j \quad (5.9)$$

2. M – это количество нейронов в слое $n-1$ с учетом нейрона с выходным постоянным состоянием +1, определяющего смещение; $y_i^{(n-1)} = w_{ij}^{n}$ – i–ый вход нейрона j слоя n.

$$y_j^{(n)} = f(S_j^{(n)}), \quad (5.10)$$

3. $f()$– это сигмоиддальная функция

$$y_q(0) = I_q, \quad (5.11)$$

4. где I_q – q–я компонента вектора образа входного.
5. Скорректировать веса в НС

$$w_{ij}^{(n)}(t) = w_{ij}^{(n)}(t-1) + \triangle w_{ij}^{(t)} \quad (5.12)$$

6. Когда существенна ошибка сети, переходят на шаг один. Иначе противном случае будет конец.

Сети на шаге один в случайном порядке попеременно предъявляют тренировочные образы, чтобы сеть не забыла одни по мере запоминания других. На рисунке 22 показан алгоритм.

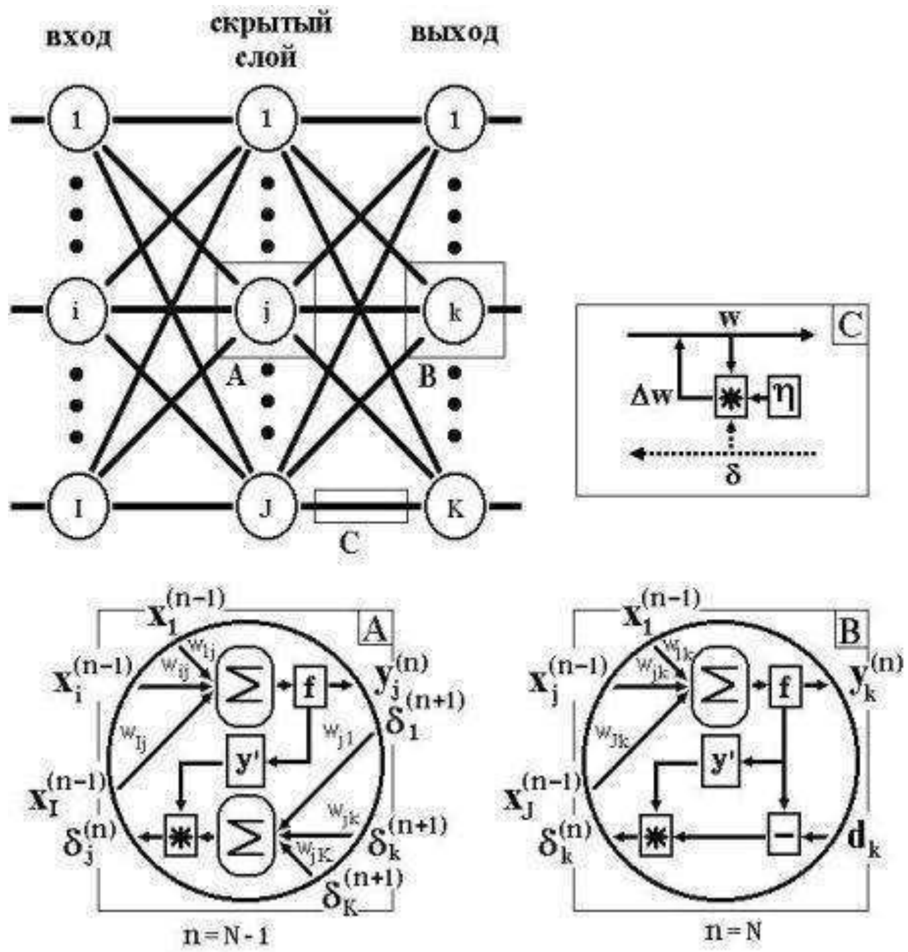


Рис. 22 – Диаграмма сигналов в сети

При линейной сети траектория переместиться из точки начальной в точку минимума критерия качества.

Рассчитаем пороговое значение качества для процесса маршрутизации.

Программа построения, поверхности функции критерия качества

P=*[5,4;4,7;2,9;1,8];* % входов вектор

\>> T=*[1,84;1,49;0,37;0,1];* % целей вектор

\>> max*lr*= *0.40** m a*l*x*i* *n* *(P,'bias');* % наибольшее значение параметров обучения

\>> *net*=*newlin* *([–2 2],1,[0],* max*lr*=*);* % расчет функции критерия качества

\>> *w_range*=*–1:0.2:1;* *b_range*=*–1:0.2:1;* % Диапазоны значений весов и смещения

\>> *ES*=*errsurf*(*P*,*T*,*w_range*,*b_range*,*'purelin'*)*;*

>> *surfc(w_range,b_range,ES);* %Построение поверхности функции критерия качества

Программа построение линий уровня и траектории обучении

```
y(1)= net.b{1};
>> net.trainParam.goal=0.001; % Критерия качества пороговое значение
>> net.trainParam.epochs=1; %Количество эпох
>> for i=2:10; %Цикл вычисления весов и смещения для одной эпохи
for i=2:10,
[net,tr]=train(net,P,T);
x(i)= net.IW{1};
y(i)= net.b{1};
end
clf, contour(w_range,b_range,ES,20), hold on; %Построение линий уровня и траектории обучении
plot(x,y,'–*'),hold off
```

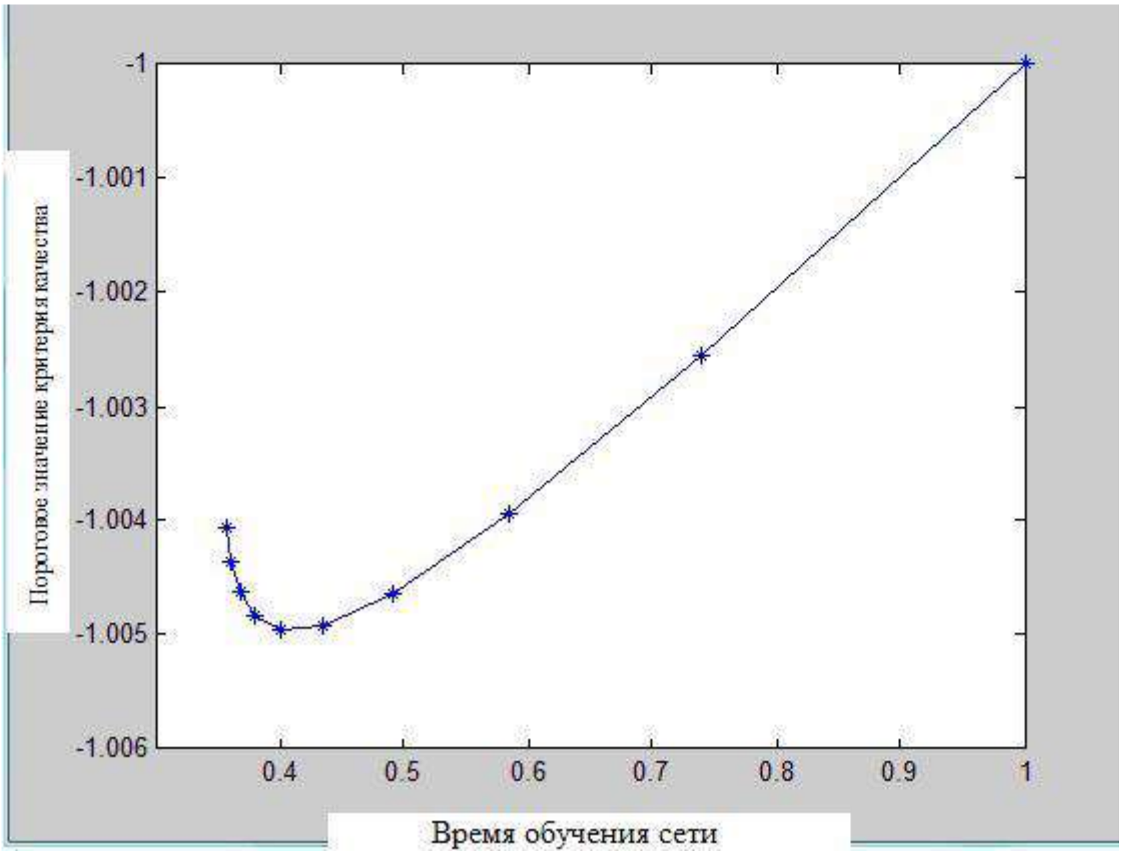


Рис. 22 – График обучения нейронной сети

На рисунке 22 показано, что приблизительно через десять шагов при заданной точности (порогового значения качества) 0,001 обучение завершено. В результате будет получен диапазон смещения весов IW = 0.880 0.408 –0.055 –0.507; b=–0.045.

Обучение считают законченным, когда сеть верно выполняет преобразование на тестовых примерах и последующее обучение не вызовет существенного изменения настраиваемых весовых коэффициентов. В качестве преимущества при выборе данной архитектуры сети выступила возможность преобразования ранее неизвестных данных на основании процесса обучения нелинейной модели.

Сеть успешно функционирует до тех пор, пока значительно не будет изменена реальная модель. Сеть может быть дообучена с учетом новой информации, при этом предыдущая информация не потеряется, а обобщится с вновь поступившей. При «повреждении» части весовых коэффициентов нейронных сетей, ее свойства могут полность восстановиться в процессе дообучения.

От того, как качественно будет осуществлен этап обучения нейронных сетей, зависит способность сети решить поставленные проблемы во время эксплуатации. Процесс обучения применяет три фундаментальных свойства, которые связаны с обучением сети: загруженность сети, вычислительная сложность, сложность маршрутов. Под загруженностью сети понимают, сколько пакетов сможет пройти по сети, и какие функции, границы принятия решений могут на ней сформироваться. Сложность маршрута определяет количество переходов, нужных для достижения работоспособности сети.

Выводы

В работе была рассмотрена нейронная сеть, а также правила ее устройства. Наряду с этим построение универсальных моделей нейросетей в составе программного компьютера. Они оснащены механизмами приспособления под задачу пользователя, что является современной задачей.

Приведен образец построения модели нейронной сети неясной логики для обработки данных программой MATLAB.

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение нейронной сети?
2. Чем характерно для нейронных сетей?
3. Что входит в состав простейшей сети?
4. Что относится к недочетам однослойной сети?

5. Что называют процессом обучения нейронных сетей?

6. Что характерно для результата самообучения?

7. В каких случаях обучение нейронных сетей можно считать законченным?

Самостоятельная работа 6. Нейронные сети для осуществления прогнозирования и расчета значений процесса

Подготовка к работе

Изучить приёмы работы построение нейронных сетей в программе MATLAB по указанной литературе.

Контрольные вопросы

1. Назовите правила создания нейронных сетей.
2. Опишите порядок применения графического интерфейса для создания нейронных сетей.
3. Как осуществляется обучения сети?
4. Назовите назначение закладки *Train*.
5. Как можно просмотреть результаты обучения сети?
6. Опишите порядок прогнозирования значений процесса?

Задания

- Для выполнения операций из таблицы 10 создайте нейронную сеть.
- Рассмотрите нейронную сеть
- Проведите прогнозирование значений процесса

Таблица 10

Исходные данные

№	Функции	№	Функции
1	$y = \cos(x)$	4	$y = \cos(x - 1)$
2	$y = \sin(2 * x)$	5	$y = \sin(x - 2)$
3	$y = \cos(3 * x)$	6	$y = \sin(x^2)$

Пример выполнения задания

Создадим нейронную сеть для выполнения операции y = sin (x)

X=[–1 –0.8 –0.5 –0.2 0 0.1 0.3 0.6 0.9 1];

Y =[–0.84 –0.72 –0.48 –0.19 0 0.09 0.29 0.56 0.78 0.84]

При помощи функции nntool (рисунок 23) откроем основное окно интерфейса, сформулируем последовательность целей и входов, применяя окно Network/Data Manager, открывающееся посредством команды «New».

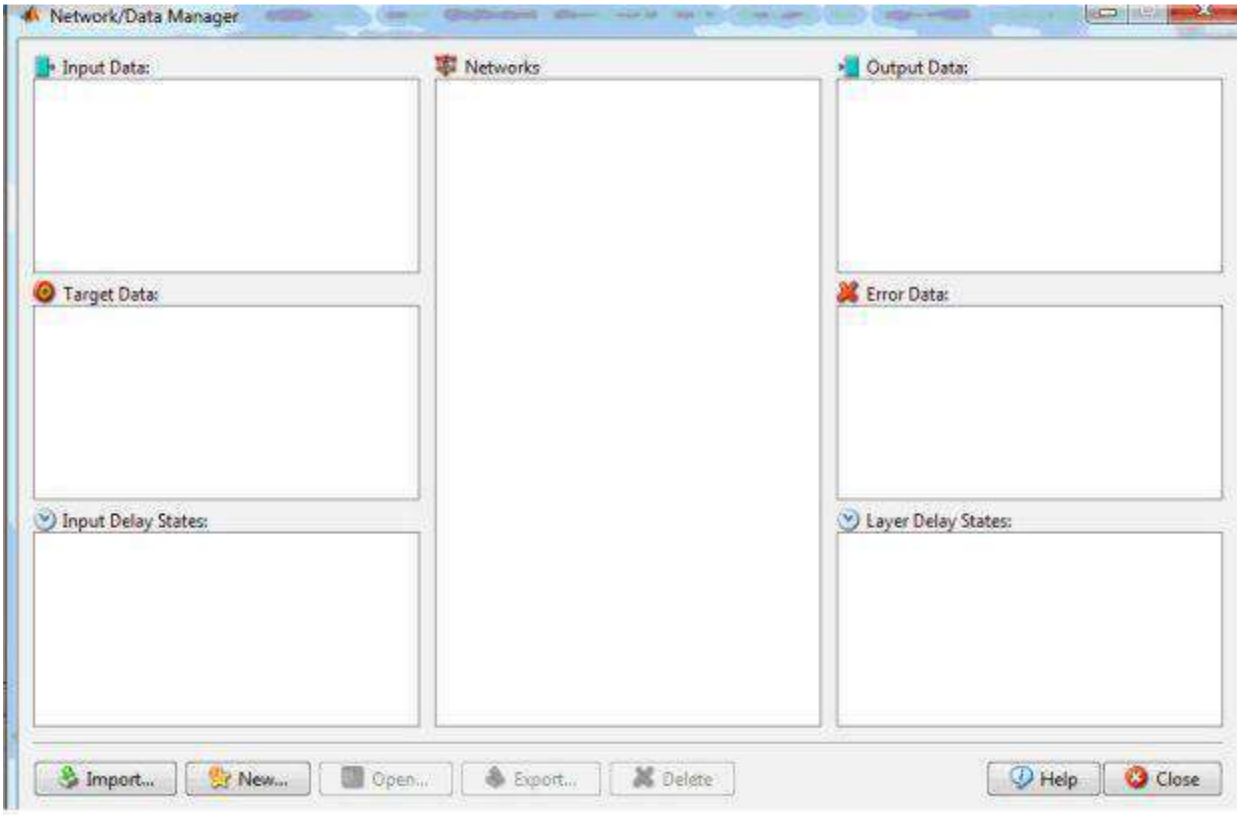


Рис. 23 – Основное окно интерфейса

Выберем закладку Data в окне Create Network or Data. В открывшемся окне в поле Name нужно ввести имя переменной, в области Value – вектор значений, применяя кнопки Inputs для x, а Targets для y как показывается на рисунке 24. Ввод завершится нажатием кнопки Create (Создать).

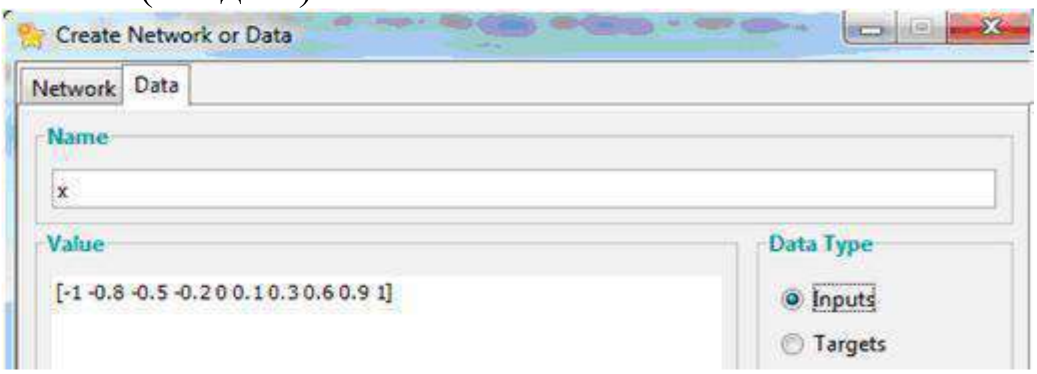


Рис. 24 – Введение имени переменной

Создадим новую нейронную сеть, для чего в окне Create Network or Data выберем закладку Network (Рисунок 25), далее в полях Input data, Target data выбирается значения x и y, а остальные установки при формировании сети ставятся по умолчанию. Нажатием кнопки Create завершим ввод.

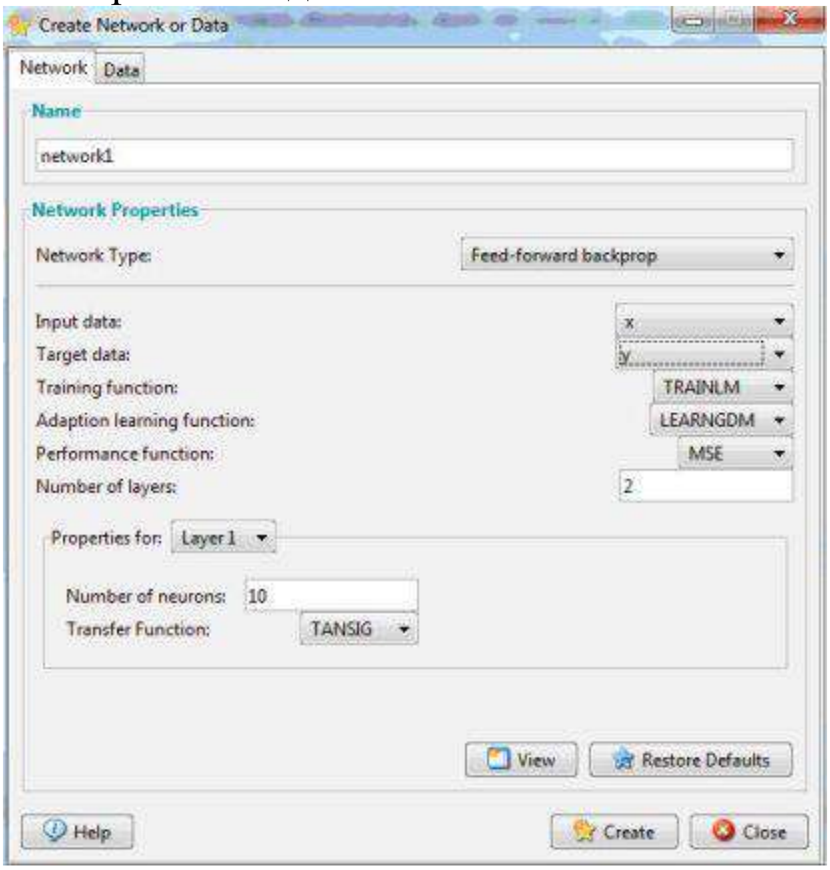


Рис. 25 – Окно Create Network or Data

Затем в окне Network/Data Manager появится имя новой сети – network1 (Рисунок 26).

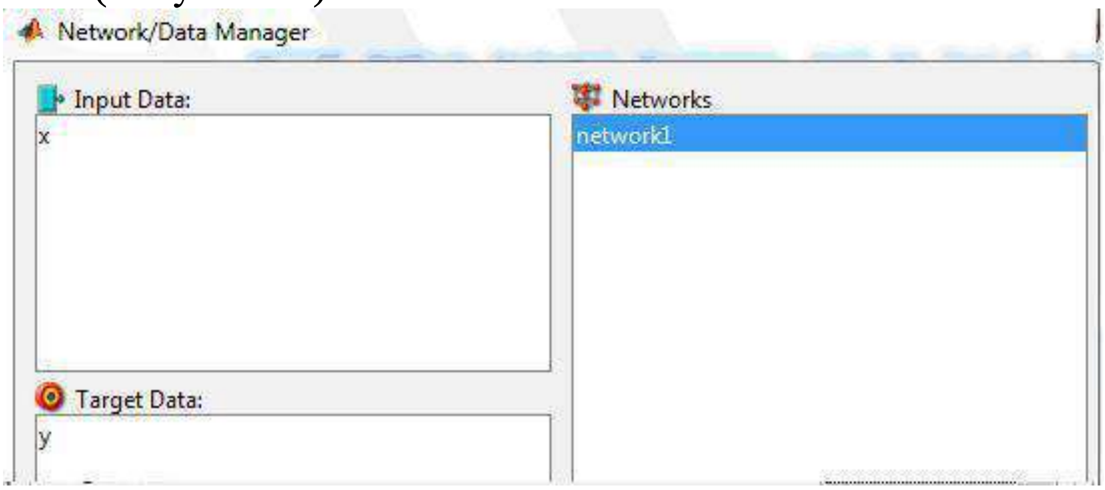


Рис. 26 – Окно Network/Data Manager

Сеть можно открывать с помощью кнопки Open, или активизировать с помощью мышки (Рисунок 27).

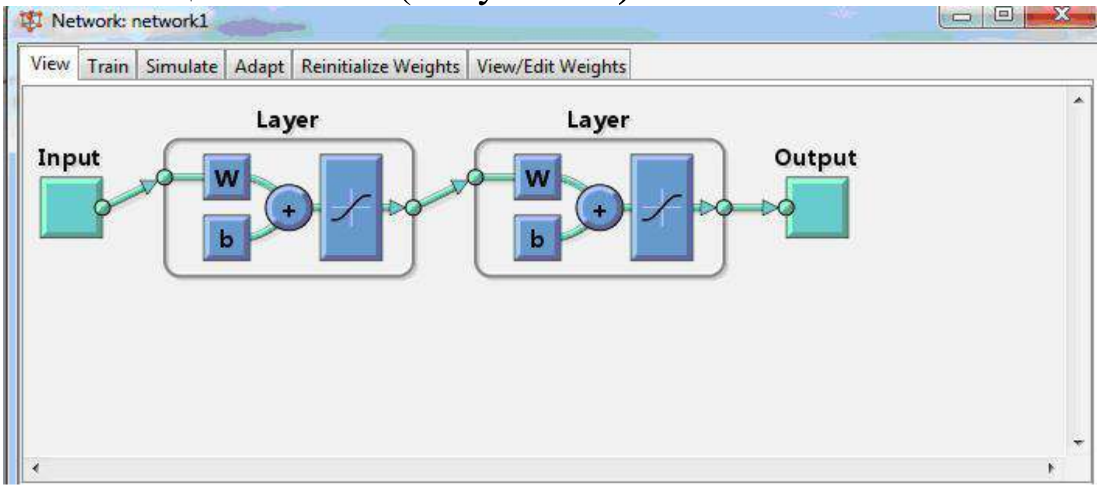


Рис. 27 – Активизирование сети

Используя такие закладки можно устанавливать имена последовательностей цели и входа, а также значения параметров процедуры обучения. Вслед за установлением всех параметров нажатием кнопки Train начинается обучение сети. Результаты обучения можно смотреть в окне, которое появится после окончания операции (Рисунок 28).

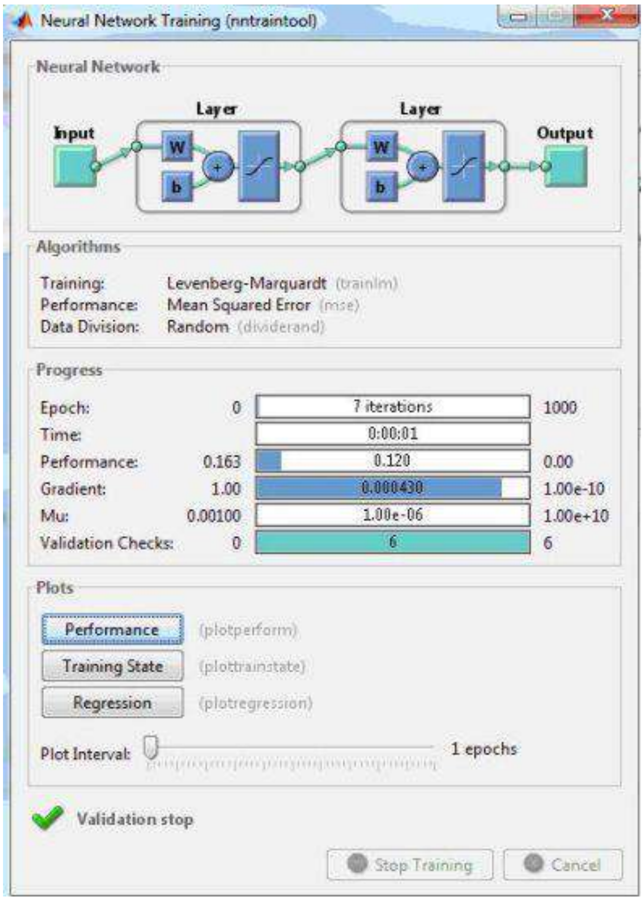


Рис. 28 – Результаты обучения

Результаты обучения можно будет просмотреть в графическом виде, для чего необходимо активировать кнопку Performance (Рисунок 29). Сплошной линией выделены изменения ошибки сети в процессе обучения.

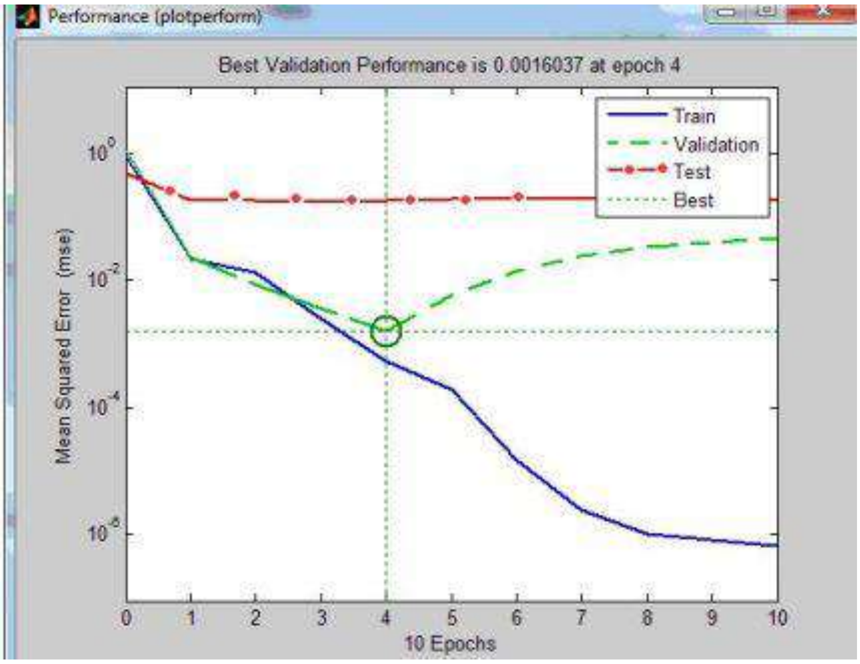


Рис. 28 – Результаты обучения в графическом виде

Важно отметить, что в данном случае точность аппроксимации заданной функции получилась довольно высокая – максимальная абсолютная погрешность составила 0,0366, относительная 3,66% в чем можно удостовериться, просматривая значения ошибок в окне Data: network1_errors (Рисунок 29).

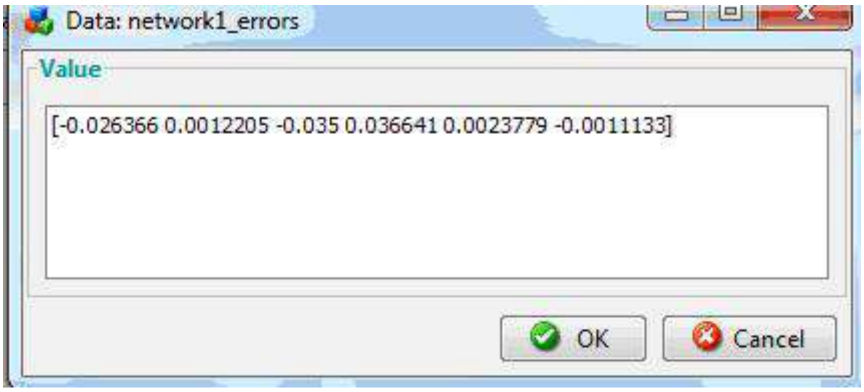


Рис.29 – Окно Data: network1_errors

Можно построить НС в среде Simulink и отобразить ее схему (Рисунок 30). Функцию gensim (network1) введем в командное окно.

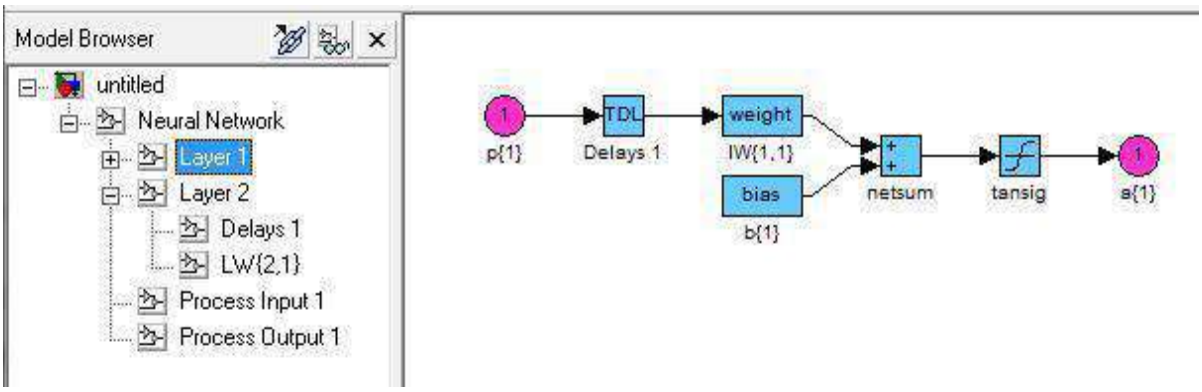


Рис. 30 – Схема

Данная схема выступает функциональной и может применяться для процесса моделирования нейронной сети.
Обратимся к примеру прогнозирования функции. Отметим, что программа пишется в командном окне.

```
x=0:0.25:5;
% Задание диапазона времени от нуля до пять секунд
y=sin(x);% предсказываемый сигнал
>> Q=length(y); %Определение количества точек вектора x
>> P=zeros(5, Q); %Создание нулевой матрицы P
>> %Создание входных векторов в виде строк матрицы P
>> P (1,2:Q)=y(1,1:( Q–1));
>> P (2,3: Q) =y (1,1:( Q–2);
>> P (2,3: Q) =y (1,1:( Q–2));
>> P (3,4: Q) =y (1,1:( Q–3));
>> P (4,5: Q) =y (1,1:( Q–4));
>> P (5,6: Q) =y (1,1:( Q–5));
>> s=newlind(P,y=); %Создание новой НС с именем s
>> z=sim(s, P); %Расчет прогнозируемых значений
>> %Создание графиков исходного сигнала и прогноза
>> plot(x,z, x,y=,'*')
>> ylabel(' Прогнозируемые и  исходный сигналы')
>> xlabel('Время')
```

В данном случае сеть была создана с помощью функции newlind, при которой не требуется дополнительного обучения. Исходя из графика результата, который был приведен на рисунке 31, точность прогноза с применением линейной нейронной сети можно считать хорошей. Исходный сигнал на рисунке представлен сплошной линией, а прогнозируемые значения крестиком.

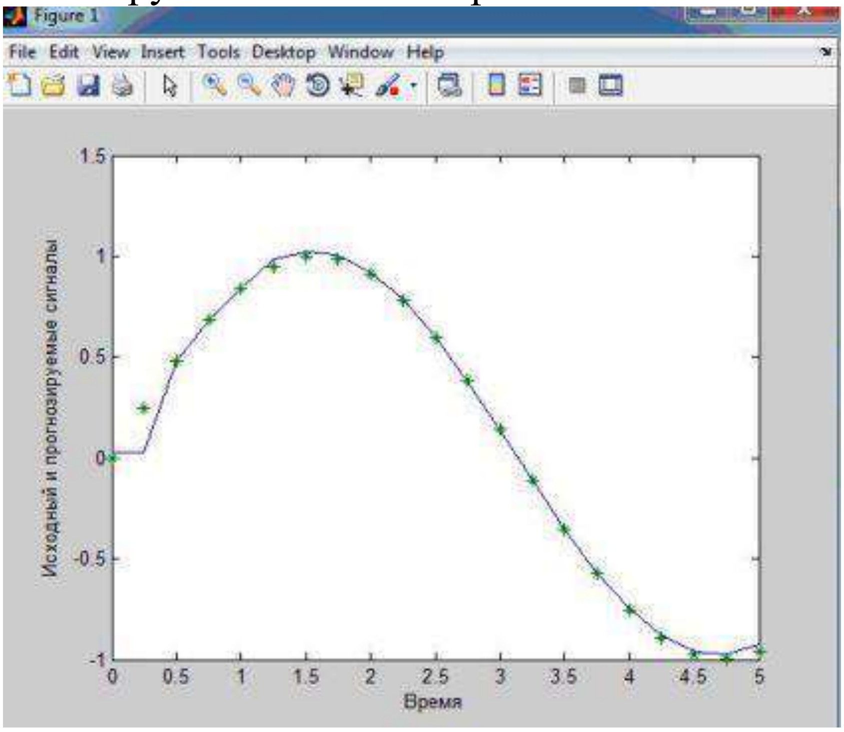


Рис. 31 – График результата

Список литературы

1. MathCAD. Среда. Методы решения задач: методическое пособие / С.Н. Гуз, С.Н. Дегтяр. – Мозырь: МГПУ, 2002. – 102 с.
2. Айзек, М.П. Вычисления, графики и анализ данных в Excel 2013. Самоучитель / М.П. Айзек. – СПб.: Наука и техника, 2015. – 416 с.
3. Барский, А.Б. Логические нейронные сети: учебное пособие / А.Б. Барский. – М.: Бином, 2013. – 352 с.
4. Бертяев, В.Д. Теоретическая механика на базе Mathcad. Практикум / В.Д. Бертяев. – Москва: Гостехиздат, 2005. – 752 с.
5. Бидасюк, Ю.М. Mathsoft MathCAD 11. Самоучитель. – СПб: Диалектика, 2004. – 224 с.
6. Васильев, А. Mathcad 13 на примерах / А. Васильев. – М.: БХВ-Петербург, 2006. – 228 с.
7. Галушкин, А.И. Нейронные сети: история развития теории: Учебное пособие для вузов. / А.И. Галушкин, Я.З. Цыпкин. – М.: Альянс, 2015. – 840 с.
8. Галушкин, А.И. Нейронные сети: основы теории / А.И. Галушкин. – М.: РиС, 2015. – 496 с.
9. Демидова, Л. А. Алгоритмы и системы нечеткого вывода при решении задач диагностики городских инженерных коммуникаций в среде Matlab / Л.А. Демидова, В.В. Кираковский, А.Н. Пылькин. – М.: Радио и связь, Горячая Линия - Телеком, 2005. – 368 с.
10. Долженков, В.А. Самоучитель Excel 2010 / В.А. Долженков, А.Б. Стученков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 400 с.
11. Дьяконов, В. VisSim+Mathcad+MATLAB. Визуальное математическое моделирование / В. Дьяконов. – М.: Солон-Пресс, 2004. – 384 с.
12. Каганов, В.И. Компьютерные вычисления в средах Excel и Mathcad / В.И. Каганов. – М.: Горячая линия - Телеком, 2011. – 741 с.
13. Каллан, Р. Нейронные сети: Краткий справочник / Р. Каллан. – М.: Вильямс И.Д., 2017. – 288 с.
14. Кирьянов, Д. Самоучитель Mathcad 13 / Д. Кирьянов. – М.: БХВ-Петербург, 2006. – 761 с.
15. Комашинский, В.И. Нейронные сети и их применение в системах управления и связи / В.И. Комашинский, Д.А. Смирнов. – М.: ГЛТ, 2003. – 94 с.

16. Леонов, В. Word и Excel. Простой и понятный самоучитель / В. Леонов. – М.: Эксмо, 2016. – 352 с.

17. Леонтьев, В.П. Excel 2016. Новейший самоучитель / В.П. Леонтьев. – М.: Эксмо, 2016. – 128 с.

18. Мартынов, Н. Н. MATLAB 7. Элементарное введение / Н.Н. Мартынов. – М.: КУДИЦ-Образ, 2005. – 416 с.

19. Минаев, Ю.Н. Методы и алгоритмы решения задач идентификации и прогнозирования в условиях неопределенности в нейросетевом логическом базисе / Ю.Н. Минаев. – М.: Горячая линия-Телеком, 2003. – 261 с.

20. Поршнев, С.В. Численные методы на базе Mathcad / С.В. Поршнев, И.В. Беленкова. – М.: БХВ-Петербург, 2005. – 464 с.

21. Редько, В.Г. Эволюция, нейронные сети, интеллект: Модели и концепции эволюционной кибернетики / В.Г. Редько. – М.: Ленанд, 2015. – 224 с.

22. Редько, В.Г. Эволюция, нейронные сети, интеллект: Модели и концепции эволюционной кибернетики / В.Г. Редько. – М.: Ленанд, 2019. – 224 с.

23. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – М.: РиС, 2013. – 384 с.

24. Серогодский, В. Excel 2013. 2 в 1: Пошаговый самоучитель + справочник пользователя / В. Серогодский. – СПб.: Наука и техника, 2016. – 400 с.

25. Серогодский, В.В. Excel 2010. Пошаговый самоучитель + справочник пользователя / В.В. Серогодский, Р.Г. Прокди, А.Ю. Дружинин. – СПб.: НиТ, 2012. – 400 с.

26. Симонович, С.В. Информатика. Базовый курс. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 347 с.

27. Смоленцев, Н.К. MATLAB. Программирование на Visual C#, Borland JBuilder, VBA (+ CD-ROM) / Н.К. Смоленцев. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 456 с.

28. Тарасевич, Ю. Ю. Aplicacion de los paquetes Mathcad, Maple y Latex en la resolution de problemas matematicos y la preparation de textos cientiflcos / Ю.Ю. Тарасевич. – Москва: Мир, 2011. – 192 с.

29. Трэвис, Дж. LabVIEW для всех (+ CD-ROM) / Дж. Трэвис, Дж. Кринг. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 880 с.

30. Усков, А.А. Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика. / А.А. Усков, А.В. Кузьмин. – М.: Горячая линия - Телеком , 2004. – 143 с.

31. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М.: Диалектика, 2019. – 1104 с.

32. Халафян, А.А. Statistica 6. Статистический анализ данных / А.А. Халафян. – М.: Бином-Пресс, 2010. – 528 с.

33. Шагаков, К.И. Визуальный самоучитель Word и Excel / К.И. Шагаков. – М.: Эксмо, 2013. – 224 с.

34. Штыков, В.В. MathCAD. Руководство по решению задач для начинающих / В.В. Штыков. – М.: Либроком, 2013. – 168 с.

35. Шушкевич, Г.Ч. Введение в MathCAD 2000: Учебное пособие / Г.Ч. Шушкевич, С.В. Шушкевич. – Гродно: ГрГУ, 2001. – 138 с.

36. Яхъяева, Г.Э. Нечеткие множества и нейронные сети: Учебное пособие / Г.Э. Яхъяева. – М.: БИНОМ. ЛЗ, ИНТУИТ.РУ, 2012. – 316 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Татьяна Александровна Щучка,
Людмила Николаевна Александрова,
Наталия Александровна Гнездилова

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИКТ

Учебное пособие

Техническое исполнение – В.М. Гришин
Книга печатается в авторской редакции

Лицензия на издательскую деятельность
ИД № 06146. Дата выдачи 26.10.01.
Формат 60 х 84 /16. Гарнитура Times. Печать трафаретная
Печ.л. 5,3 Уч.-изд.л. 5,1
Тираж 300 экз. Заказ 102

Отпечатано с готового оригинал-макета на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1