



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### **Б1.В.01.ДВ.01.01 Алгоритмы и численные методы решения математических задач**

**Направление подготовки:** 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

**Направленность (профиль):** Компьютерное моделирование и анализ данных

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики её преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3		
Семестр/триместр	5		

Лекции	36		
Лабораторные занятия	—		
Практические (семинарские) занятия	36		
в т. ч. практическая подготовка	2		
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет с оценкой		
Контроль	-		
Иные формы работы	—		
Самостоятельная работа	72		

**Всего часов: 144**

**Трудоемкость: 4 зачетных единицы.**

Разработчик рабочей программы:

*кандидат физико-математических наук, доцент К.С. Елецких*

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по основам применения численных методов для решения различных задач. Кроме того, целью освоения дисциплины является ознакомить студентов с приближенными методами для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, возникающих при работе с данными и сформировать у студентов практические навыки работы с данными и приближенного решения частых практических задач в области машинного обучения, оптимизации и имитационного моделирования.

### **Задачи изучения дисциплины:**

-формирование навыков в области создания алгоритмов численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники;

-развитие способности понимать логику и смысл вычислительных операций, процедур и методов численного решения математических задач;

-изучение основных методов к постановке и проведению численных и экспериментальных исследований естественнонаучных и научно-технических проблем, разработке теории численных методов, анализу и обоснованию алгоритмов, вопросов, а также разработки численных методов, способствующих повышению эффективности вычислений и отражающих рост производительности современных ЭВМ.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1. Дисциплины (модули).

### **Планируемые результаты обучения по дисциплине:**

<b>Код компетенции</b>	<b>Индикаторы компетенции</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
<b>ПКС-1</b> Проектирование и разработка компьютерного программного обеспечения	<b>Знать:</b> – возможности существующей программно-технической архитектуры; – методологию разработки программного обеспечения и технологию программирования; – методы и средства проектирования программного обеспечения; – типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения.	<b>Знает:</b> -основные приближенные методы для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, их ограничения и области применения, классы задач вычислительной математики и их постановки, способы построения численных методов, источники ошибок, понимание сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения задач математического анализа и линейной алгебры;

	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– проводить оценку и обоснование рекомендуемых решений;</li> <li>– вырабатывать варианты реализации программного обеспечения;</li> <li>– применять методы и средства проектирования программного обеспечения, структур данных, программных интерфейсов.</li> </ul>	<p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- реализовывать изученные алгоритмы в программном коде, выделять подзадачи, требующие приближенного численного решения,</li> <li>- конструировать вычислительный алгоритм и реализовывать его, получать и использовать на практике априорные и апостериорные оценки, ориентироваться в математическом аппарате, используемом для построения методов,</li> <li>- работать со справочной литературой, тестировать и проводить сравнительный анализ разных методов решения типовых задач;</li> </ul>
	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– анализом возможностей реализации требований к программному обеспечению;</li> <li>– навыками распределения заданий между программистами в соответствии с техническими спецификациями;</li> <li>– методами проектирования структур данных;</li> <li>– методами проектирования программных интерфейсов;</li> <li>– навыками осуществления обучения и наставничества.</li> </ul>	<p><b>Владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками использования методов приближенного решения, применять их при моделировании реальных ситуаций;</li> <li>- методами приближенного решения, применяет их при моделировании реальных ситуаций.</li> </ul>

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	Раздел 1. Прямые методы решения систем линейных уравнений (СЛАУ)	24	6	6		12

1	Тема 1. Постановка задачи о решении СЛАУ. Число обусловленности матриц. Решение простейших СЛАУ.	8	2	2		4
2	Тема 2. Теорема о LDR-разложении матрицы, использование разложения и его модификаций для решения СЛАУ. Алгоритм LU-разложения с выбором ведущего элемента.	8	2	2		4
3	Тема 3. QR-разложение матрицы и его использование для решения СЛАУ. Матрицы отражения и их свойства. Матрицы вращения и их свойства. QR-разложение с помощью ортогональных матриц (матриц вращения и матриц отражения) для решения СЛАУ	8	2	2		4
	<b>Раздел 2. Итерационные методы решения СЛАУ</b>	<b>30</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>18</b>
4	Тема 4. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Метод простой итерации решения СЛАУ. Теорема о сходимости и оценка погрешности.	10	2	2		6
5	Тема 5. Модификации метода итерации: метод Зейделя, метод релаксации. Теоремы о сходимости метода Зейделя.	10	2	2		6
6	Тема 6. Теорема о сходимости стационарных итерационных методов. Ее применение в частных случаях. Метод Рундсона решения СЛАУ Градиентный метод решения СЛАУ.	10	2	2		6
	<b>Раздел 3. Численные методы аппроксимации табличных функций</b>	<b>48</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>24</b>
7	Тема 7. Постановка задачи о решении о приближении табличных функций. Существование и единственность интерполяционного полинома. Сходимость интерполяционного процесса.	10	2	2		6
8	Тема 8. Интерполяционный полином в форме Лагранжа и в форме Ньютона. Оценка погрешности интерполяционного полинома.	14	4	4		6
9	Тема 9. Интерполяционный полином с узлами полиномов Чебышева. Метод наименьших квадратов приближения табличных функций.	10	2	2		6
10	Тема 10. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка. Интерполирование кубическими сплайнами. Естественный интерполяционный кубический сплайн, его	14	4	4		6

	минимальные свойств. табличных функций.					
	<b>Раздел 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)</b>	<b>42</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>18</b>
11	Тема 11. Постановка задачи о численном решении ОДУ. Понятие о сходимости и устойчивости методов численного решения ОДУ. Общая характеристика методов Рунге-Кутты.	14	4	4		6
12	Тема 12. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка, вывод общей формулы, частные случаи Оценка погрешности методов Рунге-Кутты.	14	4	4		6
13	Тема 13. Методы контроля локальной вычислительной погрешности при решении ОДУ.	10	4	4		6
	<i>Зачет с оценкой</i>					
	<i>Итого за 5 семестр</i>	<i>144</i>	<i>36</i>	<i>36</i>		<i>72</i>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>144</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>72</b>

**Очно-заочная форма обучения не реализуется**  
**Заочная форма обучения не реализуется**

### **III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы.

#### **Типовые варианты контрольных работ** **Контрольная работа №1**

**1.** Вычислить значение функции  $u$  и ее предельные абсолютную и относительную погрешности, если известны погрешности ее аргументов. Найти количество верных значащих цифр функции  $u$  (в широком и узком смысле). Параметры  $m$  и  $k$  заданы точно. Данные брать из таблицы.

№	$u$	$x$	$y$	$m$	$k$
1	$m \sin(x + ky)$	$3,15 \pm 0,02$	$1,15 \pm 5\%$	2	1,5
2	$m \sin x + \cos(1 + ky)$	$1,25 \pm 0,002$	$1,26 \pm 10\%$	3	1,6

**2.** Определить корни уравнения графически и уточнить один из них итерационными методами (методом деления отрезка пополам, методом Ньютона, методом простой итерации) с точностью 0,01:

1.  $x^3 + 2x + 2 = 0$

2.  $x^3 - 2x + 2 = 0$

**3.** Решить систему уравнений методом Гаусса или обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -1 \\ 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 8 \end{cases}$$

4. Решить СЛАУ итерационными методами с точностью 0,01 при заданном начальном приближении  $(0,7m; 1; 2; 0,5)$ :

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3m \\ x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = m - 6 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 15 - m \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = m + 2 \end{cases}$$

где  $m$  – номер варианта.

5. Решить систему уравнений методом прогонки (или итерационным методом с точностью 0,01):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 0,5x_3 = 0 \\ x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

где  $m$  – номер варианта.

## **Контрольная работа №2**

1. Решить систему нелинейных уравнений одним из итерационных методов (методом Ньютона, простых итераций, Зейделя) с точностью 0,01:

$$\begin{cases} \sin(x-1) = 1,3 - y \\ x - \sin(y+1) = 0,8 \end{cases}$$

2. Построить интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона по заданным точкам:

x	1	3	4
y	1	2	1

3. Найти значение функций, заданных таблично при  $x=1,1$  с помощью кубического сплайна.

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,0	1,0	1,1	0,9	0,9	0,8	1,1	1,0	1,2	1,2	1,1
1,2	2,1	2,2	2,0	1,9	2,0	2,2	2,1	1,8	2,0	1,9
1,4	2,9	3,2	3,0	3,2	2,9	3,2	3,1	3,2	3,0	3,2
1,6	3,8	4,2	3,8	3,8	4,2	4,2	3,8	4,1	3,8	3,8
1,8	5,2	5,2	5,1	5,1	5,2	5,1	5,2	5,2	5,0	4,9
2,0	5,9	6,0	5,8	6,1	5,8	5,9	6,2	6,1	6,1	5,8

4. Вычислить интеграл, используя квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол (Симпсона), при заданном числе интервалов  $n$ :

$$\int_{-2}^4 (2x^2 - \sqrt{x+2}) dx \quad n = 6$$

5. Решить задачу Коши методом Эйлера, модифицированным методом Эйлера и методом Рунге-Кутты на заданном отрезке:

$$y' = 3 + 2x - y \quad y(0) = 2, \quad x \in [0; 1], \quad h = 0,2$$

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета с оценкой с использованием следующих оценочных материалов:

### **Вопросы к зачету с оценкой (5 семестр, очная форма обучения)**

1. Постановка задачи о решении СЛАУ. Решение простейших СЛАУ
2. Понятие о числе обусловленности матрицы
3. Решение СЛАУ методами, основанными на триангуляции матрицы системы. Теорема о LDR-разложении. LU-разложение для решения СЛАУ общего вида.
4. LDLT- разложение для симметричной матрицы. Метод квадратного корня решения СЛАУ для симметричной матрицы
5. Методы решения СЛАУ, основанные на QR-разложении
6. QR-разложение с использованием ортогональных матриц отражения и вращения.
7. Метод ортогонализации решения СЛАУ для матрицы общего вида
8. Характеристика итерационных методов решения СЛАУ
9. Метод простых итераций решения СЛАУ. Теорема о сходимости. Оценка погрешности.
10. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простых итераций решения СЛАУ
11. Модификации метода итераций решения СЛАУ (алгоритмы метода Зейделя, метода релаксации.)
12. Теорема о сходимости и оценка погрешности метода Зейделя.
13. Применение теоремы о сходимости стационарных итерационных процессов для решения СЛАУ с симметричной положительно-определенной матрицей.
14. Градиентный метод решения СЛАУ.
15. Постановка задачи о приближении табличных функций
16. Существование и единственность интерполяционного полинома
17. Интерполяционный полином в форме Ньютона и в форме Лагранжа
18. Конечные разности и разделенные разности и их использование для представления интерполяционного полинома.
19. Оценка погрешности интерполяционного полинома в форме Лагранжа
20. Интерполяционный полином с чебышевскими узлами
21. Приближение табличных функций методом наименьших квадратов
22. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка

23. Интерполирование кубическими сплайнами.
24. Естественный кубический сплайн, его минимизирующие свойства.
25. Постановка задачи численного решения ОДУ.
26. Вычислительная схема для решения ОДУ: сходимость и устойчивость
27. Методы Рунге-Кутты. Общая характеристика.
28. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка. Общая формула.
29. Частные случаи методов Рунге-Кутты 2-ого порядка.
30. Практическое использование методов Рунге-Кутты. Оценка Рунге.

## **IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1. Основная литература**

1. Орешкова, М. Н. Численные методы : теория и алгоритмы : учебное пособие : [16+] / М. Н. Орешкова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 120 с. : схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436397> (дата обращения: 18.04.2024). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-01040-1. – Текст : электронный.

2. Формалев, В. Ф. Численные методы : учебник : [16+] / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников. – Москва : Физматлит, 2006. – 399 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69333> (дата обращения: 18.04.2024). – ISBN 5-9221-0479-9. – Текст : электронный.

### **4.2. Дополнительная литература**

1. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы : учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов, К. Р. Хабибуллина ; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2018. – 92 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500887> (дата обращения: 18.04.2024). – Библиогр.: с. 88. – ISBN 978-5-7882-2427-5. – Текст : электронный.

2. Балабко, Л. В. Численные методы : учебное пособие : [16+] / Л. В. Балабко, А. В. Томилова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2014. – 163 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436331> (дата обращения: 18.04.2024). – ISBN 978-5-261-00962-7. – Текст : электронный.

## **V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО- ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**



№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
3	<a href="https://www.matburo.ru/">https://www.matburo.ru/</a>	Справочная информация по математическим дисциплинам	Неограниченный доступ
4	<a href="http://allmath.ru">http://allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
5	<a href="http://www.e.lanbook.com">http://www.e.lanbook.com</a>	Издательство «Лань»	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ/
6	<u>ЭБС «Юрайт»</u>	Виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по экономическим, юридическим, гуманитарным, инженерно-техническим и естественно-научным направлениям и специальностям.	<u><a href="http://biblio-online.ru">biblio-online.ru</a></u> Доступ после регистрации

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1	<u><a href="http://zbMATH">zbMATH</a></u>	Математическая база данных, охватывающая около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике,	Доступ свободный <u><a href="http://zbmath.org">zbmath.org</a></u> Доступ свободный
---	---	--	---

		информатике, физике, естественным наукам	
2	Официальный сайт Министерства экономического развития РФ		<a href="http://www.economy.gov.ru">http://www.economy.gov.ru</a> Доступ свободный
3	Федеральный портал «Бюро экономического анализа»	Проведение экспертно-аналитических работ и предоставление консультационных услуг в области экономической политики.	<a href="http://www.beafnd.org">http://www.beafnd.org</a> Доступ свободный

## **VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.