



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.04.09 Численные методы

**Направление подготовки:** 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

**Направленность (профиль):** Компьютерные прикладные технологии

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	2		
Семестр	3		

Лекций	16		
Практических (семинарских) занятий	16		
в т. ч. практическая подготовка			
Лабораторных занятий			
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет 0,2		
Контроль			
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	75,8		

**Всего часов: 108**

**Трудоемкость: 3 зачетных единицы**

**Разработчик(и) рабочей программы:**

*Кандидат физико-математических наук, доцент Игонина Е.В.*

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### Цель изучения дисциплины:

сформировать базовые фундаментальные основы знаний численных методов; обеспечить понимание будущими бакалаврами основных идей, понятий, теорий численных методов и возможностей их программной реализации; вооружить знаниями, умениями и навыками, позволяющими устанавливать связи между фундаментальными и прикладными математическими исследованиями; подготовить к использованию современных компьютерных технологий и программных сред для решения задач численных методов и задач профессиональной деятельности.

### Задачи изучения дисциплины:

- сформировать общее представление о многообразии математических подходов решения задач и численных методов, используемых при исследовании сложных систем в изучаемой предметной области;
- овладение фундаментальным образованием в области численного решения профессиональных задач с использованием современных вычислительных средств.
- построение математических моделей, определение их роли и значения;
- знакомство с основными принципами разработки вычислительных методов для типичных и новых задач науки и техники; изучение и развитие теории и приложений вычислительных методов, их компьютерных реализаций;
- анализ достоверности численных результатов, их трактовка и внедрение, а также развитие алгоритмического мышления, накопление опыта работы на современных вычислительных средствах.

### Место дисциплины в структуре ОПОП.

Реализуется в рамках базовой (обязательной) части блока Б1. Дисциплины (модули).

### Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции	Индикаторы компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1	<b>Знать:</b> – основные законы естественнонаучных дисциплин; методы математического анализа и моделирования; теоретическое и экспериментальное исследование;	<b>Знает:</b> – теоретические основы построения методов численного решения алгебраических и трансцендентных уравнений; - теоретические основы методов решения систем линейных и нелинейных уравнений; - теоретические основы построения алгоритмов интерполяции
	<b>Уметь:</b> – выполнять стандартные действия с учетом основных понятий, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин; решать типовые учебные задачи по основным математическим дисциплинам; – использовать основные законы	<b>Умеет:</b> – анализировать поставленную задачу и выбрать пути её решения; - оптимизировать используемые вычислительные алгоритмы;

	естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.	
	<b>Владеть:</b> – навыками обработки и анализа научно-технической информации.	<b>Владеет:</b> - практическими вычислительными навыками решения прикладных задач с использованием средств пакетов компьютерной математики; - способностью самостоятельно пополнять знания в области вычислительных методов.
<b>ОПК-9</b>	<b>Знать:</b> - языки, утилиты и среды программирования, средства пакетного выполнения процедур для решения практических задач.	<b>Знает:</b> – алгоритмы численных методов решения нелинейных и дифференциальных уравнений; – функциональные программные команды, реализующие алгоритм численных методов.
	<b>Уметь:</b> – применять методы и средства сборки модулей и компонент программного обеспечения, разработки процедур для развертывания программного обеспечения, миграции и преобразования данных, создания программных интерфейсов.	<b>Умеет:</b> – определять и выбирать рациональный метод программной реализации численных методов решения нелинейных уравнений, систем алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений, интегралов
	<b>Владеть:</b> - навыками использования программных средств для решения практических задач.	<b>Владеет:</b> – программными средствами, реализующими численные методы решения нелинейных уравнений, систем алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений, интегралов.

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
3 семестр						
1	Раздел 1. Численные методы решения нелинейных уравнений.	13	2	2		9
2	Графическое и аналитическое отделение корней уравнения.	4	1			3

3	Метод половинного деления (проб, бисекции, дихотомии).	4	1			3
4	Метод итераций. Решение нелинейных уравнений.	5		2		3
5	<b>Раздел 2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.</b>	<b>13</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>9</b>
6.	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (схема единственного деления).	6	1	1		4
7.	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации.	7	1	1		5
8	<b>Раздел 3. Интерполирование функций.</b>	<b>13</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>9</b>
9.	Интерполяционный многочлен Лагранжа.	6	1	1		4
10.	Интерполяционные многочлены Ньютона для равноотстоящих узлов.	7	1	1		5
11	<b>Раздел 4. Численное интегрирование.</b>	<b>13</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>9</b>
12.	Постановка задачи численного интегрирования.	4	1			3
13.	Квадратурные формулы. Формулы прямоугольников.	5		2		3
14.	Формула трапеций. Формула Симпсона.	4	1			3
15	<b>Раздел 5. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.</b>	<b>13</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>9</b>
16.	Постановка задачи Коши.	4	1			3
17.	Метод ломаных Эйлера.	5		2		3
18.	Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности. Метод Пикара.	4	1			3
19	<b>Раздел 6. Методы обработки экспериментальных данных.</b>	<b>13</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>9</b>
20.	Метод наименьших квадратов построения приближающей функции.	6	1	1		4
21.	Интерполяция сплайнами.	7	1	1		5
22	<b>Раздел 7. Численные методы решения задач математической физики.</b>	<b>13</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>9</b>
23.	Построение разностных схем. Принцип максимума для разностных схем. Теория устойчивости разностных схем.	13	2	2		9
24	<b>Раздел 8. Методы решения сеточных уравнений.</b>	<b>16,8</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>12,8</b>
25.	Применение метода Якоби и Зейделя к решению сеточных уравнений. Метод прогонки. Применение попеременно треугольного итерационного метода к модельной задаче.	16,8	2	2		12,8
26	<i>Контроль</i>					
27	<i>Форма отчетности: зачет</i>	0,2				
28	<i>Итого:</i>	108	16	16		75,8

29	в т.ч. практическая подготовка					
<b>ИТОГО:</b>		<b>108</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>75,8</b>

**Очно-заочная форма обучения (не реализуется)**

**Заочная форма обучения (не реализуется)**

### III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста, реферата, семестрового задания.

#### Типовые варианты контрольных работ Контрольная работа №1 (3 семестр, очная форма обучения)

**Задача 1.** Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них с точностью до 0,001 методом половинного деления:

$$x^3 + 3x + 5 = 0.$$

**Задача 2.** Вычислить по формуле Симпсона

$$\int_4^8 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}, \text{ приняв } n=8.$$

Оценить погрешность по методу удвоения шага вычислений. Вычисления вести с пятью знаками после запятой. Сравнить со значением, найденным по формуле Ньютона - Лейбница.

**Задача 3.** Методом Рунге - Кутты решить задачу Коши для ОДУ

$y' = \frac{x}{y} + 0,5y$ ;  $y(0)=1$  на отрезке  $[0; 0,5]$  с шагом  $h=0,1$ . Вычисления вести с тремя верными знаками.

**Задача 4.** Методом простой итерации решить СЛАУ с точностью до 0,001 ( $\varepsilon=10^{-3}$ )

$$\begin{cases} 0,63x_1 + 0,05x_2 + 0,15x_3 = 0,34, \\ 0,03x_1 + 0,34x_2 + 0,1x_3 = 0,32, \\ 0,15x_1 + 0,1x_2 + 0,71x_3 = 0,42. \end{cases}$$

**Задача 5.** Дана таблица значений функции:

X	1,2	1,9	3,3	4,7
f(x)	0,3486	1,0537	1,7844	2,2103

Вид функции:  $f(x) = \ln 2,3x - \frac{0,8}{x}$ .

Найти значение этой функции в точке  $x = 4$ , пользуясь интерполяционным многочленом Лагранжа. Оценить погрешность. Результат интерполирования сравнить с вычислением значения функции по её выражению.

Провести проверку решений с применений программной среды

**Контрольная работа № 2**  
**(3 семестр, очная форма обучения)**

**Задача 1.** Стационарное распределение температуры в теплоизолированном тонком стержне описывается линейной функцией. Дана таблица измеренных температур в соответствующих точках стержня:

X	0	2	6	8	10	14	16	20
Y	32	29,2	23,3	19,9	17,2	11,3	7,8	2

Методом наименьших квадратов найти эту функцию. Оцените качество полученного приближения.

**Задача 2.** Методом наименьших квадратов подобрать показательную функцию по следующим табличным данным:

X	2,2	2,7	3,5	4,1
Y	67	60	53	50

**Задача 3.** Набор экспериментальных значений  $x$  и  $y$  имеет вид таблицы:

X	1,20	1,57	1,94	2,31	2,68	3,05	3,42	3,79
Y	2,59	2,06	1,58	1,25	0,91	0,66	0,38	0,21

Построить методом наименьших квадратов эмпирическую формулу и вычислить характеристики качества построенного приближения.

**Тест №1**  
**(3 семестр, очная форма обучения)**

**Вариант №1**

**1.** Отделите корни уравнения  $\cos x - x^2 = 0$  графически и укажите их количество.

- 1) 1;    3) 3;  
2) 2;    4) 4.

**2.** Отделите корни уравнения аналитически и укажите их количество:  $x^3 - 12x - 5 = 0$ .

- 1) 1;    3) 3;  
2) 2;    4) 4.

**3.** Вычислите по формуле трапеций  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  с точностью до 0,01, приняв  $n = 5$ .

- 1) 0,51;    3) 0,81;  
2) 0,69;    4) 0,99.

**4.** Методом множителей Лагранжа найти экстремум функции  $f(x,y) = x^2 + y^2$  при условии  $x \cdot y = 16$ .

- 1) М (4; 4);    3) М (2; 8);  
2) М (8; 2);    4) М (1; 16).

$$\int_0^1 x^2 \sin x dx$$

**5.** Вычислите по формуле Симпсона  $\int_0^1 x^2 \sin x dx$ , приняв  $n = 10$ , с точностью  $10^{-6}$

- 1) 0,2232396; 3) 0,5142317;  
2) 1,2122234; 4) 2,0013427.

**6.** Из таблицы

x	1	2	3	4	5	6	7
y	3	7	13	21	31	43	57

найти значения  $y$  при  $x = 3,1$ , пользуясь интерполяционной формулой Ньютона.

- 1) 20; 3) 24;  
2) 13,71; 4) 15,82.

**7.** Имеется таблица функций:

x	0.41	1.55	2.67	3.84
y	2.63	3.75	4.87	5.03

Требуется получить значение этой функции в точке  $x = 1,91$ , пользуясь интерполяционным многочленом Лагранжа.

- 1) 1,25; 3) 3,35;  
2) 2,15; 4) 4,15.

**8.** Как связана степень интерполяционного многочлена с количеством узлов интерполяции?

- 1) равна (=); 3) меньше (<);  
2) больше (>); 4) не больше ( $\leq$ ).

**9.** В какой форме можно получить решение обыкновенного дифференциального уравнения по методу Эйлера?

- 1) график;  
2) аналитическое выражение;  
3) таблица значений.

**10.** Значение функции  $y$ , определяемой дифференциальным уравнением  $y' = y^2 + \frac{\partial}{\partial}$ , при начальном условии  $y(2) = 4$ , найденное методом Эйлера с шагом  $h = 0,1$  при  $x = 2,3$  равно

- 1) 9,81; 3) 5,91;  
2) 18,78; 4) 20,45.

## **Вариант №2**

**1.** Отделите корни уравнения графически и укажите их количество

$$2 \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + x^2 - 3x + 2 = 0.$$

- 1) 1; 3) 3;  
2) 2; 4) 4.

**2.** Отделите корни уравнения аналитически и укажите их количество

$$x^3 - 10x + 4 = 0.$$

- 1) 1; 3) 3;  
2) 2; 4) 4.

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2}$$

**3.** Вычислите по формуле Симпсона с точностью до 0,0001, приняв  $n=10$ .

- 1) 1,5012; 3) 2,1432;  
2) 0,4857; 4) 0,5000.

**4.** Методом множителей Лагранжа найти экстремум функции  $f(x; y) = x \cdot y$  при условии  $2x + 3y = 5$ .

- 1)  $M(1; 1)$ ; 3)  $M(\frac{1}{2}; \frac{5}{3})$ ;  
2)  $M(\frac{5}{4}; \frac{5}{6})$ ; 4)  $M(\frac{5}{2}; \frac{1}{3})$ .

**5.** Вычислите по формуле трапеций

$$\int_0^1 \sin x \, dx,$$

приняв  $n=10$  с точностью до 0,001.

- 1) 0,119; 3) 1,012;  
2) 0,225; 4) 1,897.

**6.** Зная квадраты чисел 5; 6; 7; 8, найти квадрат числа 6,25, пользуясь интерполяционной формулой Ньютона.

- 1) 37,0125; 3) 39,0625;  
2) 38,0625; 4) 39,0125.

**7.** Дана таблица значений функции

$x$	321	322.8	324.2	325
$y$	2.50651	2.50893	2.51081	2.51188

Найдите значения функции

в точке  $x = 323,5$ .

- 1) 2,44081; 3) 2,48812;  
2) 2,50987; 4) 2,31245.

**8.** В какой форме можно получить решение обыкновенного дифференциального уравнения по методу Пикара?

- 1) график;  
2) таблица;  
3) аналитическое выражение.

**9.** Как связана степень интерполяционного многочлена с количеством узлов интерполяции?

- 1) не больше ( $\leq$ ); 3) меньше ( $<$ );  
2) равна ( $=$ ); 4) больше ( $>$ ).

**10.** Значение функции  $y$ , определяемой дифференциальным уравнением  $y' = 1 + x + y^2$ ,



при начальном условии  $y(0) = 1$ , найденное методом Эйлера с шагом  $h = 0,1$  при  $x = 0,2$  равно

- 1) 1,81;            3) 1,45;  
2) 1,56;            4) 1,38.

### Часть В.

Решите задание. Полученный ответ запишите.

**V1.** Методом половинного деления (методом проб) уточните с точностью до 0,01 корень уравнения  $x^5 - x - 2 = 0$  на  $[1; 2]$ .

**V2.** Методом простой итерации найти приближенное значение корня уравнения  $x^3 - 12x - 5 = 0$  с точностью до 0,01 на  $[-1; 0]$ .

**V3.** Методом Гаусса (с помощью расчетной таблицы) решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$$

**V4.** Построить многочлен, принимающий значения, заданные таблицей.

X	1	3	4	6
Y	-7	5	8	14

**V5.** Запишите все известные Вам формулы численного интегрирования.

### Примерная тематика рефератов (3 семестр, очная форма обучения)

1. Численные методы алгебры. Метод сопряжённых градиентов.
2. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Численные методы решения интегральных уравнений.
4. Построение численных методов с помощью вариационных принципов.
5. Численное решение уравнения Пуассона: прямые и итерационные методы.
6. Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных.
7. Численные методы решения сеточных уравнений.
8. Метод Монте – Карло приближённого вычисления определённых и кратных интегралов.
9. Погрешность математической модели и результата численного решения задачи.
10. Численные методы решения задач оптимизации и поиска минимума.
11. Численное интерполирование и дифференцирование.
12. Численные методы минимизации функционалов. Методы спуска и установления.
13. Приближение функций. Построение наилучшего приближения.

### Семестровое задание (3 семестр, очная форма обучения)

**Задача 1.** Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них с точностью до 0,001 методом Ньютона (касательных):

$$x^3 + 3x + 5 = 0.$$

**Задача 2.** Вычислить по формуле Симпсона

$$\int_4^8 \frac{dx}{\sqrt{x}+1}, \text{ приняв } n = 8.$$

Оценить погрешность по методу удвоения шага вычислений. Вычисления вести с пятью знаками после запятой. Сравнить со значением, найденным по формуле Ньютона – Лейбница.

**Задача 3.** Методом Рунге – Кутты решить задачу Коши для ОДУ

$$y' = \frac{x}{y} + 0,5y;$$

$y(0)=1$  на отрезке  $[0; 0,5]$  с шагом  $h = 0,1$ . Вычисления вести с тремя верными знаками.

**Задача 4.** Методом простой итерации решить СЛАУ с точностью до 0,001 ( $\varepsilon = 10^{-3}$ )

$$\begin{cases} 0,63x_1 + 0,05x_2 + 0,15x_3 = 0,34, \\ 0,03x_1 + 0,34x_2 + 0,1x_3 = 0,32, \\ 0,15x_1 + 0,1x_2 + 0,71x_3 = 0,42. \end{cases}$$

**Задача 5.** Дана таблица значений функции:

$x$	1.2	1.9	3.3	4.7
$f(x)$	0.3486	1.0537	1.7844	2.2103

$$f(x) = \ln 2,3x - \frac{0,8}{x}.$$

Вид функции:

Найти значение этой функции в точке  $x = 4$ , пользуясь интерполяционным многочленом Лагранжа. Оценить погрешность. Результат интерполирования сравнить с вычислением значения функции по её выражению.

**Задача 6.** Стационарное распределение температуры в теплоизолированном тонком стержне описывается линейной функцией. Дана таблица измеренных температур в соответствующих точках стержня:

$x$	0	2	6	8	10	14	16	20
$y$	32.0	29.2	23.3	19.9	17.2	11.3	7.8	2.0

Методом наименьших квадратов найти эту функцию. Оцените качество полученного приближения.

**Задача 7.** Методом наименьших квадратов подобрать показательную функцию по следующим табличным данным:

$x$	2.2	2.7	3.5	4.1
$y$	67	60	53	50

**Задача 8.** Набор экспериментальных значений  $x$  и  $y$  имеет вид таблицы:

$x$	1.20	1.57	1.94	2.31	2.68	3.05	3.42	3.79
-----	------	------	------	------	------	------	------	------

y	2.59	2.06	1.58	1.25	0.91	0.66	0.38	0.21
---	------	------	------	------	------	------	------	------

Построить методом наименьших квадратов эмпирическую формулу и вычислить характеристики качества построенного приближения.

### Индивидуальные задания для самостоятельной работы

*Раздел 7. Численные методы решения задач математической физики.*

1. Метод прогонки решения разностных уравнений.

Задача. Дана краевая задача

$$-u''(x) + x^2 u(x) = \left( \frac{\pi^2}{4} + x^2 \right) \cos \frac{\pi x}{2}; \quad x \in (0;1);$$

$$u(0) = 1; \quad u(1) = 0.$$

Соответствующая ей система разностных уравнений имеет вид:

$$n = \overline{0,4}, \quad x_n = \frac{n}{4},$$

$$-u_{n-1} + \left( 2 + \frac{n^2}{256} \right) u_n - u_{n+1} = \frac{4\pi^2 + n^2}{256} \cos \frac{\pi n}{8},$$

$$n = \overline{1, N-1}.$$

$$u_0 = 1, \quad u_N = 0.$$

Решить эту систему методом прогонки для  $N = 4$ .

2. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость.

Задача. Используя метод конечных разностей составить решение краевой задачи с точностью  $\varepsilon = 0,001$ , при  $h=0,1$ :

$$y'' + xy' - 0,5 \frac{y}{x} = 1;$$

$$\begin{cases} y(2) + 2y'(2) = 1, \\ y(2,3) = 2,15. \end{cases}$$

3. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона: постановка разностной задачи, оценка погрешности.

Задача. используя метод сеток, составить приближенное решение задачи Дирихле для уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Лапласа в квадрате ABCD с вершинами A(0;0), B(0;1), C(1;1), D(1;0), взяв шаг  $h=0,5$ ;  $\Gamma$  – граница рассматриваемой области;

$$u|_{\Gamma} = x + y.$$

4. Двухслойные разностные схемы для уравнения теплопроводности: построение, исследование погрешности аппроксимации.

Задача. Используя метод сеток, составить решение уравнения теплопроводности  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  при заданных начальных и краевых условиях  $u(x;0) = x + 1$ ;  $u(0;t) = 0$ ;  $u(0,6;t) = 2t + 1$ , где  $x \in [0;0,6]$  для  $t \in [0;0,01]$ , при  $h=0,2$ ,  $\sigma = \frac{1}{4}$ .

5. Трехслойная разностная схема для уравнений гиперболического типа.

Задача. Используя метод сеток, составить решение смешанной задачи для уравнения колебания

струны  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  с начальными условиями:

$u(x,0) = x^2$ ;  $u_t(x,0) = \cos x$ ,  $x \in [0;1]$  и краевыми условиями  $u(0,t) = t^2$ ;  $u(1;t) = 0$ , взяв  $h=0,2$  при  $t \in [0;0,6]$ .

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета с использованием следующих оценочных материалов:

### Вопросы к зачету (3 семестр, очная форма обучения)

1. Математические модели и численные методы.
2. Численное решение нелинейных уравнений с одной переменной. Постановка задачи.
3. Графическое и аналитическое отделение корней уравнения.
4. Метод половинного деления. Схема алгоритма метода.
5. Метод простой итерации. Оценка погрешности метода.
6. Метод Гаусса. Расчетная таблица по схеме единственного деления.
7. Метод простой итерации.
8. Достаточные условия сходимости итерационного процесса.
9. Особенность задачи численного дифференцирования.
10. Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа.
11. Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Ньютона.
12. Постановка задачи численного интегрирования. Обоснование квадратурных формул.
13. Формулы прямоугольников.
14. Формула трапеций. Оценка её точности.
15. Формула Симпсона. Оценка погрешности по методу удвоения шага вычислений.
16. Методы обработки экспериментальных данных.
17. Постановка задачи интерполирования функции.
18. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Способы его нахождения.
19. Интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов.
20. Метод наименьших квадратов.
21. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи Коши.
22. Метод ломаных Эйлера.
23. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности.
24. Метод Пикара.

## IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Основная литература

1. Воробьева, В. Е. Основы численных методов и их реализация в MS Excel : учебное пособие : [16+] / В. Е. Воробьева, Ф. И. Воробьева ; Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2022. – 124 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=702265> (дата обращения: 01.0.2023).

2. Численные методы : учебник и практикум для вузов / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510769> (дата обращения: 01.09.2023).

#### 4.2 Дополнительная литература

1. Гателюк, О. В. Численные методы : учебное пособие для вузов / О. В. Гателюк, Ш. К. Исмаилов, Н. В. Манюкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 140 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05894-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513866> (дата обращения: 01.09.2023).

2. Численные методы: лабораторный практикум / авт.-сост. Г. И. Шевченко, Т. А. Куликова ; Северо-Кавказский федеральный университет. – Ставрополь : Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2016. – 107 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457891> (дата обращения: 01.09.2023). – Библиогр. в кн. – Текст : электронный.

### У. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
3.	<a href="http://lib.elsu.ru">http://lib.elsu.ru</a> <a href="http://WWW.E.LANBOOK.COM">WWW.E.LANBOOK.COM</a>	ЭБС Издательства «ЛАНЬ» – ресурс, предоставляющий online доступ к научным журналам и полнотекстовым коллекциям книг различных издательств.	Работать с ресурсом можно из сети вуза без предварительной регистрации или из любой точки мира, где есть доступ к сети "Интернет", предварительно зарегистрировав свой личный кабинет, находясь внутри сети вуза.

4.	<a href="http://allmath.ru">http: allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
5.	<a href="http://en.edu.ru">http: en.edu.ru</a>	Естественнонаучный портал	Неограниченный доступ

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1.	<a href="http://www.school.edu.ru">www.school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Свободный доступ.
2.	<a href="http://www.krugosvet.ru">http://www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия	Неограниченный доступ
3.	<a href="http://www.iprbookshop.ru">http: www.iprbookshop.ru</a>	Полнотекстовая база электронных изданий, предназначенная для студентов и аспирантов разных специальностей. Содержит учебники и учебные пособия, монографии, производственно-практические, справочные издания, периодические издания, а также деловую литературу для практикующих специалистов.	Доступ к полному тексту изданий на сайте возможен после авторизации, для этого необходимо получить логин и пароль в информационно-библиографическом отделе библиотеки (3 этаж, 308 каб., 2 этаж, 206 а). После получения пароля необходимо пройти личную регистрацию и в дальнейшем работать под своими учетными данными.
4.	<a href="http://vilenin.narod.ru">http: vilenin.narod.ru</a> Mm Books Books.htm	Математическая библиотека, постоянно пополняемое собрание университетских учебников, исследований по математическому анализу, алгебре, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальным уравнениям, математической физике.	Неограниченный доступ

## VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ

## **ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.