



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### **Б1.О.06.02 Алгебра и геометрия**

(Шифр и полное название дисциплины в соответствии с учебным планом)

**Направление подготовки:** 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)

**Направленность (профиль):** Искусственный интеллект и робототехнические системы

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики, информатики, физики и методики обучения

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	1,2		
Семестр/триместр	1,2,3,4		

Лекции	180		
Лабораторные занятия	-		
Практические (семинарские) занятия	252		
Консультации			
Форма(ы) промежуточной аттестации	Экзамен-3 семестр Зачет – 1,2,3,4 семестры Зачет с оценкой – 1,2,4		
Контроль	9		
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	206,7		

Всего часов: 648

Трудоемкость: 18 зачетных единиц

Разработчик(и) рабочей программы: к.ф.-м.н., доц. Игонина Е.В.

## 1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** базовая подготовка бакалавров в области высшей алгебры, аналитической и дифференциальной геометрии, ориентированная на развитие логического и пространственного компонентов мышления, а также способности применять алгебраический и геометрический аппарат для построения математических моделей и решения конкретных прикладных задач.

**Задачи изучения дисциплины:**

- выстраивание общего контекста математического мышления как культурной формы деятельности, определяемой не только структурными особенностями математического знания, но и местом математики в системе наук,
- осознание социальной значимости будущей профессии, формирование мотивации к осуществлению профессиональной деятельности;
- подготовка к использованию систематизированных знаний и практических умений при решении профессиональных задач.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках базовой (обязательной) части блока Б1. Дисциплины (модули).

**Планируемые результаты обучения по дисциплине:**

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>- федеральные государственные образовательные стандарты;</li><li>- историю, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем;</li><li>- основы дидактики;</li><li>- современные образовательные технологии, в том числе информационно-коммуникационные технологии.</li></ul>	Знает: <ul style="list-style-type: none"><li>- федеральные государственные образовательные стандарты</li><li>– современные образовательные технологии, используемые в изучении математических разделов,</li><li>– основы дидактики,</li><li>- историю развития математических разделов.</li></ul>
	Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>- разрабатывать отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ;</li><li>- использовать информационно-коммуникационные технологии в разработке образовательных программ;</li><li>- планировать учебные занятия.</li></ul>	Умеет: <ul style="list-style-type: none"><li>- разрабатывать отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ;</li><li>- использовать информационно-коммуникационные технологии в разработке образовательных программ;</li><li>- планировать учебные занятия.</li></ul>
	Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>- приемами разработки программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы;</li><li>- навыками применения современных образовательных технологий в реальной и виртуальной образовательной</li></ul>	Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>- приемами разработки программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы;</li><li>- навыками применения современных образовательных технологий</li></ul>

	<p>среде;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- информационно-коммуникационными технологиями: на уровне пользователя; на общепедагогическом уровне; на предметно-педагогическом уровне.</li> </ul>	<p>в реальной и виртуальной образовательной среде;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- информационно-коммуникационными технологиями: на уровне пользователя; на общепедагогическом уровне; на предметно-педагогическом уровне.</li> </ul>
ОПК-8	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- специальные, в том числе предметные и методические научные знания;</li> <li>- основы педагогической деятельности учителя-предметника (по профилю образовательной программы).</li> </ul>	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- базовые понятия и методы матричной, векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии,</li> <li>- элементы теории множеств, элементы общей алгебры, теорию систем линейных уравнений,</li> <li>- линейные операторы и квадратичные формы; евклидовы и унитарные пространства,</li> <li>- основы педагогической деятельности учителя-предметника (по профилю образовательной программы).</li> </ul>
	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать современные технологии и методики организации урочной и внеурочной деятельности;</li> <li>- использовать традиционные и современные формы и методы воспитательной работы, в том числе в предметной области.</li> </ul>	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать современные технологии и методики организации урочной и внеурочной деятельности;</li> <li>- использовать традиционные и современные формы и методы воспитательной работы, в том числе в предметной области.</li> </ul>
	<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками организации различных видов и форм занятий с учетом специфики предметной области;</li> <li>- действиями организации различных видов внеурочной деятельности: игровой, учебно-исследовательской, художественно-продуктивной, культурно-досуговой.</li> </ul>	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками работы с математической литературой,</li> <li>- математическим аппаратом для действиями организации различных видов внеурочной деятельности: игровой, учебно-исследовательской, художественно-продуктивной, культурно-досуговой</li> <li>- культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения.</li> </ul>

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	

	<b>Алгебра</b>	<b>62</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>8</b>
	<b>Раздел 1. Элементы теории множеств</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		<b>2</b>
1.	Тема 1. Понятие множества. Операции над множествами	5	2	2		1
2.	Тема 2. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений	9	2	4		1
	<b>Раздел 2. Основные алгебраические структуры</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		<b>2</b>
3.	Тема 3. Бинарные операции. Алгебры.	5	2	2		1
4.	Тема 4. Группа. Кольцо. Поле.	9	2	4		1
	<b>Раздел 3. Поле комплексных чисел</b>	<b>20,7</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>4,7</b>
5.	Тема 5. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами.	8	2	4		2
6.	Тема 6. Тригонометрическая форма комплексного числа. Извлечение корней n-ой степени. Решение двучленных уравнений.	8	2	4		2,7
	<b>Раздел 4. Матрицы</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>2</b>
7.	Тема 7. Матрицы и операции над ними.	5	2	2		1
8.	Тема 8. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.	7	2	6		1
	<b>Раздел 5. Определители</b>	<b>14</b>	<b>2</b>	<b>8</b>		<b>4</b>
9.	Тема 9. Вычисление и свойства определителей n-го порядка.	7	1	4		2
10.	Тема 10. Ранг матрицы.	7	1	4		2
	Контроль	-				
	Зачет					
	<b>Геометрия</b>	<b>82</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>10</b>
	<b>Раздел 1. Элементы векторной алгебры в пространстве.</b>	<b>24</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>3</b>
1.	Тема 1. Векторы и линейные операции над ними.	5	2	2		
2.	Тема 2. Линейная зависимость векторов.	5	2	2		
3.	Тема 3. Векторное пространство. Примеры векторных подпространств.	5	2	2		1
4.	Тема 4. Базис векторного пространства. Координаты вектора в заданном базисе.	5	2	2		1
5.	Тема 5. Скалярное произведение векторов.	4	2	2		1
	<b>Раздел 2. Метод координат на плоскости.</b>	<b>36</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>3</b>
6.	Тема 6. Аффинная система координат на плоскости. Простейшие задачи в координатах.	5	2	2		
7.	Тема 7. Прямоугольная декартова система координат.	2	1	1		
8.	Тема 8. Угол между векторами на ориентированной плоскости.	3	1	1		1
9.	Тема 9. Различные способы задания прямой.	9	4	4		
10.	Тема 10. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении пря-	5	2	2		1

	мой.					
11.	Тема 11. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.	4	2	2		1
12.	Тема 12. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.	8	4	4		
	<b>Раздел 3. Преобразования плоскости.</b>	<b>24</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>4</b>
13.	Тема 13. Отображения и преобразования множеств. Группа преобразований. Подгруппа группы преобразований.	5	2	2		1
14.	Тема 14. Группа движений плоскости. Подгруппы группы движений плоскости. Аналитическое выражение движения.	5	2	2		1
15.	Тема 15. Преобразование подобия. Гомотетия. Аналитическое выражение подобия и гомотетии. Группа подобия плоскости и ее подгруппы.	9	4	4		1
16.	Тема 16. Аффинные преобразования. Аналитическое выражение.	5	2	2		1
	<i>Зачет с оценкой</i>					
	<b>Итого за 1 семестр</b>	<b>144</b>	<b>54</b>	<b>72</b>		<b>18</b>
	<b>Алгебра</b>	<b>82</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>28</b>
	<b>Раздел 6. Системы линейных алгебраических уравнений</b>	<b>38</b>	<b>10</b>	<b>20</b>		<b>8</b>
10.	Тема 10. Решение СЛАУ по правилу Крамера. Решение матричных уравнений.	9	2	4		3
11.	Тема 11. Решение СЛАУ методом последовательного исключения переменных (метод Гаусса).	15	4	8		3
12.	Тема 12. Однородные системы линейных уравнений и построение фундаментальной системы решений. Построение общего решения СЛАУ в векторной форме	14	4	8		2
	<b>Раздел 7. Векторные пространства.</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>2</b>
13.	Тема 13. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и размерность векторного пространства.	7	2	4		1
14.	Тема 14. Векторные пространства со скалярным умножением. Евклидовы векторные пространства.	7	2	4		1
	<b>Раздел 8. Линейные отображения.</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>2</b>
15.	Тема 15. Линейные отображения и операторы. Представление линейных операторов матрицами.	7	2	4		1
16.	Тема 16. Собственные векторы и собственные значения. Характеристические уравнения.	7	2	4		1
	<i>Зачет с оценкой</i>					
	<b>Геометрия</b>	<b>98</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>26</b>
	<b>Раздел 4. Линии второго порядка.</b>	<b>28</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>10</b>
17.	Тема 17. Эллипс, его каноническое уравнение и свойства.	6	2	4		2

18.	Тема 18. Гипербола, ее каноническое уравнение и свойства.	6	1	2		2
19.	Тема 19. Парабола, ее каноническое уравнение и свойства.	6	1	2		2
20	Тема 20. Общее уравнение линии второго порядка и приведение его к каноническому виду.	6	2	4		4
	<b>Раздел 5. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.</b>	<b>30</b>	<b>12</b>	<b>10</b>		<b>8</b>
21.	Тема 21. Аффинная система координат в пространстве.	6	2	2		2
22.	Тема 22. Деление отрезка в данном отношении.	6	2	2		2
23.	Тема 23. Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками.	6	2	2		2
24.	Тема 24. Векторное произведение. Вычисление площади треугольника. Условие компланарности 3-ех векторов.	5	2	2		1
25.	Тема 25. Смешанное произведение векторов. Вычисление объема тетраэдра.	7	4	2		1
	<b>Раздел 6. Плоскости и прямые в пространстве.</b>	<b>40</b>	<b>18</b>	<b>14</b>		<b>8</b>
26.	Тема 26. Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости.	7	2	4		1
27.	Тема 27. Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + Cz + D$ Взаимное расположение 2-х и 3-х плоскостей.	7	4	2		1
28.	Тема 28. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.	6	2	2		2
29.	Тема 29. Различные способы задания прямой.	8	4	2		2
30.	Тема 30. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.	7	4	2		1
31.	Тема 31. Угол между прямой и плоскостью.	5	2	2		1
	Контроль					
	Зачет					
	<b>Итого за 2 семестр</b>	<b>144</b>	<b>54</b>	<b>72</b>		<b>54</b>
	<b>Алгебра</b>	<b>122,7</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>50,7</b>
	<b>Раздел 9. Многочлены от одной переменной.</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>20</b>
17.	Тема 17. Понятие и свойства делимости многочленов над данным числовым полем. НОД и НОК многочленов	18	4	4		10
18.	Тема 18. Неприводимые над полем многочлены. Кратные множители.	18	4	4		10
	<b>Раздел 10. Многочлены от нескольких переменных.</b>	<b>24,7</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>16,7</b>
19.	Тема 19. Симметрические многочлены. Результант и его приложения.	24,7	4	4		16,7

	<b>Раздел 11. Многочлены над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.</b>	<b>32</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>8</b>
20.	Тема 20. Многочлены над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.	10	4	4		2
21.	Тема 21. Формулы Виета.	10	4	4		2
22.	Тема 22. Решение алгебраических уравнений. Формулы Кардано. Метод Феррари	12	4	4		4
	<b>Раздел 12. Многочлены над полем рациональных чисел и алгебраические числа.</b>	<b>30</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>6</b>
23.	Тема 23. Целые и рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами.	10	4	4		2
24.	Тема 24. Алгебраические и трансцендентные числа.	10	4	4		2
25.	Тема 25. Составное алгебраическое расширение поля. Понятие о разрешимости уравнения в радикалах.	10	4	4		2
	Контроль	9				
	Экзамен	0,3				
	<b>Геометрия</b>	<b>76</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>40</b>
	<b>Раздел 7. Поверхности второго порядка.</b>	<b>22</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>10</b>
32.	Тема 32. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.	6	2	2		2
33.	Тема 33. Поверхности вращения.	8	2	2		4
34.	Тема 34. Эллипсоиды. Гиперболоиды.	4	1	1		2
35.	Тема 35. Параболоиды.	4	1	1		2
	<b>Раздел 8. Методы изображений.</b>	<b>54</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>30</b>
36.	Тема 36. Параллельное проектирование как перспективно-аффинное отображение.	8	2	2		4
37.	Тема 37. Изображение плоских фигур в параллельной проекции. Теорема Польке-Шварца. Изображение многогранников.	16	4	4		8
38.	Тема 38. Изображение цилиндра, конуса, шара.	12	2	2		8
39.	Тема 39. Позиционные задачи аксонометрии. Полные изображения. Коэффициент неполноты.	10	2	2		6
40.	Тема 40. Метрические задачи. Метрически определенное изображение. Понятие о методе Монжа.	8	2	2		4
	Зачет с оценкой					
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>180</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>98,7</b>
	<b>Алгебра</b>	<b>94</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>40</b>
	<b>Раздел 13. Теория делимости в кольце целых чисел.</b>	<b>32</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>14</b>
26.	Тема 26. Отношение делимости, его простейшие свойства. Теорема о делении с остатком.	12	2	4		6

27.	Тема 27. Простые и составные числа. НОД. НОК	12	2	4		6
28.	Тема 28. Цепные дроби	8	2	4		2
	<b>Раздел 14. Теория сравнений.</b>	<b>40</b>	<b>8</b>	<b>16</b>		<b>16</b>
29.	Тема 29. Сравнения в кольце целых чисел и их свойства.	9	1	2		6
30.	Тема 30. Классы вычетов по данному модулю.	7	1	2		4
31.	Тема 31. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Арифметические приложения теории сравнений.	24	6	12		6
	<b>Раздел 15. Диофантовы уравнения. Алгебраические и трансцендентные числа.</b>	<b>22</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>10</b>
32.	Тема 32. Теорема Ферма. Решение диофантовых уравнений первой степени.	12	2	4		6
33.	Тема 33. Алгебраические и трансцендентные числа.	10	2	4		4
	<i>Зачет с оценкой</i>					
	<b>Геометрия</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>18</b>
	<b>Раздел 9. Элементы топологии.</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>6</b>
41.	Тема 41. Топологические пространства. Окрестность точки, база топологии. Гомеоморфизмы топологических пространств.	7	2	2		3
42.	Тема 42. Теорема Эйлера для многогранников. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.	7	2	2		3
	<b>Раздел 10. Линии в евклидовом пространстве.</b>	<b>32</b>	<b>8</b>	<b>18</b>		<b>6</b>
43.	Тема 43. Понятие линии. Гладкие линии.	7	2	4		1
44.	Тема 44. Касательная к линии.	7	2	4		1
45.	Тема 45. Длина дуги. Естественная параметризация.	7	2	4		1
46.	Тема 46. Кривизна и кручение линии. Формулы Френе.	4	1	2		1
47.	Тема 47. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.	7	1	4		2
	<b>Раздел 11. Поверхности в евклидовом пространстве.</b>	<b>26</b>	<b>6</b>	<b>14</b>		<b>6</b>
48.	Тема 48. Понятие поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие поверхности.	7	2	4		1
49.	Тема 49. Кривые на гладкой поверхности. Криволинейные координаты.	4	1	2		1
50.	Тема 50. Явное уравнение поверхности. Касательная плоскость и нормаль.	7	1	4		2
51.	Тема 51. Явное уравнение поверхности. Касательная плоскость и нормаль.	4	1	2		1
52.	Тема 52. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности.	4	1	2		1
	Контроль	-				
	<i>Зачет с оценкой</i>					
	<b>Итого за 4 семестр</b>	<b>144</b>	<b>36</b>	<b>72</b>		<b>36</b>

	<b>ИТОГО:</b>	<b>648</b>	<b>180</b>	<b>252</b>		<b>206,7</b>
--	---------------	------------	------------	------------	--	--------------

**Очно-заочная форма обучения (не реализуется)**

**Заочная форма обучения (не реализуется)**

### **III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста.

#### **Контрольная работа по алгебре в 1 семестре**

1. Определите множество  $A \cap B$ , если  $A = \{x \in \mathbb{R} \wedge x^2 - 8x + 15 > 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} \wedge \frac{3x-6}{x-5} \geq 0\}$ .
2. Ассоциативна ли операция  $*$  на  $\mathbb{R}$ , определенная правилом  $x * y = x^2 + y^2$ ?
3. Разрешимо ли в кольце  $\langle \mathbb{Z}[\sqrt{5}], +, \cdot \rangle$ , где  $\mathbb{Z}[\sqrt{5}] = \{a + b\sqrt{5}, a, b \in \mathbb{Z}\}$  уравнение  $(-8 + 3\sqrt{5})x = 1 + 2\sqrt{5}$ ?
4. Определить ранг матрицы
  - 1) методом окаймляющих миноров,
  - 2) приведением к ступенчатому виду
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -4 & -4 & 15 \\ 3 & 2 & -2 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$
5. Найдите матрицу, обратную матрице  $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .
6. Решить двучленное уравнение  $x^4 + 81 = 0$ .
7. Изобразить на комплексной плоскости множество  $1 < |z - 2 + i| < 4$  при условии  $\pi/6 < \arg z < 3\pi/4$ ,  $i^2 = -1$ ,  $z \in \mathbb{C}$ .
8. Вычислить  $(1-i)^{23}$ , где  $i^2 = -1$ .

#### **Контрольная работа по алгебре во 2 семестре**

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 7 & 5 \\ 3 & -1 & -5 & -3 \\ 5 & -6 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Используя формулы Крамера, найти сумму решений системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

3. Решите матричное уравнение  $A * X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 18 \end{pmatrix}$ .

4. Найдите собственный вектор матрицы А, соответствующий собственному значению

$$\lambda=2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Найти общее решение однородной системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 7x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + x_5 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 - x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}.$$

### Контрольная работа по алгебре в 3 семестре

1. Найти НОД многочленов  $f(x) = 2x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x + 1$  и  $g(x) = 3x^3 + 2x^2 - 2x + 3$  и выразить его линейно.

2. Разложить многочлен  $f(x) = 3x^5 + 3x^4 - 12x^3 + 9x^2 - 8x + 2$  по степеням двучлена  $(x + 4)$ .

3. Выделить кратные множители многочлена  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ .

4. Представить многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 + x_2 + x_3)(3x_2 + x_3 + x_1)(3x_3 + x_2 + x_1)$$

в виде элементарных симметрических многочленов.

5. Вычислить результат многочленов  $f(x) = x_3 + 2x + 1$  и  $g(x) = 2x_2 - 3$ .

6. Решить уравнения

$$2x^3 + 6x^2 - 6x - 28 = 0.$$

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 6x + 9 = 0.$$

7. Освободиться от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{1}{\sqrt[3]{25} - 3\sqrt[3]{5} - 4}$$

### Контрольная работа по алгебре в 4 семестре

1. Найти частное и остаток от деления  $-386$  на  $11$ .

2. Вычислить НОД чисел  $135, 8211$  и выразить его линейно через данные числа.

3. Вычислить НОК чисел  $420, 126, 525$ .

4. Записать число  $3745$  в троичной позиционной системе.

5. Найти число и сумму натуральных делителей числа  $874$ .

6. Вычислить функцию Эйлера для  $n=37, n=146$ .

7. Разложить в цепную дробь  $\frac{37}{11}$  и найти все подходящие дроби.

### Контрольная работа по геометрии в 1 семестре

1. Дан треугольник ABC и произвольная точка O пространства. Пусть M – точка пересечения каких-либо двух медиан треугольника:  $\overrightarrow{OA} = \vec{r}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{r}_2, \overrightarrow{OC} = \vec{r}_3$ . Доказать, что

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3).$$

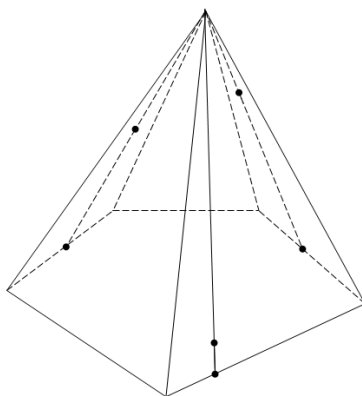
2. На плоскости даны два вектора  $\vec{u}(2,1)$ ,  $\vec{v}(1,0)$ . Найти коэффициенты разложения вектора  $\vec{a}(9,1)$  по векторам  $\vec{u}(2,1)$ ,  $\vec{v}(1,0)$ .
3. Разделены ли точки  $A(2,-1)$  и  $B(3,1)$  прямой  $3x - y + 1 = 0$ ?
4. Записать уравнение прямой  $d: \begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = 3 + 2t \end{cases}$  в общем виде.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3,4)$  и параллельной прямой  $x - 2y + 5 = 0$ .
6. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точки  $A(-3,1)$  и  $B(1,2)$ .
7. Определить взаимное расположение прямых  $d_1: \begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = 3 + 2t \end{cases}$  и  $d_2: \begin{cases} x = 7 + t, \\ y = 2 + 9t \end{cases}$  на плоскости.
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3,4)$  и перпендикулярной прямой  $x - 2y + 5 = 0$ .

### Контрольная работа по геометрии во 2 семестре

1. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$ .
2. Составить уравнение плоскости, касательной к сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 49$  в точке  $M_0(2,-3,6)$ .
3. Парабола с параметром  $p = 5$  расположена на плоскости  $OYZ$  так, что директриса совпадает с осью  $OZ$ . Написать уравнение поверхности, образованной вращением параболы вокруг оси  $OZ$ .
4. Привести к каноническому виду уравнение поверхности  $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 - 8x - 18y - 72z + 13 = 0$ .

### Контрольная работа по геометрии в 3 семестре

1. Эллипс  $\gamma$  задан главными диаметрами  $AB$  и  $CD$ . Построить циркулем и линейкой какую-либо точку эллипса  $\gamma$ .
2. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками, лежащими по одной в боковых гранях пирамиды.



3. В параллельной проекции построить изображение правильного 5-угольника.
4. Построить изображение правильной шестиугольной призмы.
5. Дано изображение квадрата. Построить изображение описанной около него окружности.
6. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками, лежащими по одной в боковых гранях пирамиды.

### Контрольная работа по геометрии в 4 семестре

1. Линия  $\gamma$  задана параметрическими уравнениями:  
 $x = e^t \cos t$ ;  $y = e^t \sin t$ ;  $z = e^t$ ;  $-\infty < t < +\infty$ . Определить класс гладкости линии  $\gamma$  и написать уравнения касательной к линии  $\gamma$  в точке  $t = 0$ .

2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к геликоиду, заданному уравнениями  $x = u \cos v$ ;  $y = u \sin v$ ;  $z = bv$ ;  $b > 0$ ,  $(u, v) \in R^2$ , в точке  $M_0(u_0, v_0)$ .

3. Найти первую квадратичную форму геликоида  $x = u \cos v$ ;  $y = u \sin v$ ;  $z = bv$ ;  $b > 0$ ,  $(u, v) \in R^2$ .

4. Вычислить кривизну и кручение кривой  $x = 2t$ ,  $y = \ln t$ ,  $z = t^2$  в точке  $M(2, 0, 1)$  этой кривой.

5. Найти эйлерову характеристику сферы  $S$ .

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета с оценкой, экзамена с использованием следующих оценочных материалов: перечень вопросов к зачету, экзамену.

**Вопросы к экзамену по алгебре**  
**(1 семестр, очная форма обучения)**

1. Множества и операции над ними.
2. Свойства операций над множествами. Универсальное множество. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Прямое произведение множеств.
4. Бинарные отношения.
5. Представление бинарных отношений графами.
6. Композиция бинарных отношений. Инверсия.
7. Некоторые виды бинарных отношений.
8. Отношение эквивалентности. Примеры.
9. Фактор-множество.
10. Отношение порядка.
11. Понятие функции (отображения).
12. Бинарные и  $n$ -местные операции.
13. Свойства бинарных операций.
14. Нейтральные и симметричные элементы.
15. Аддитивная и мультипликативная формы записи бинарных операций.
16. Понятие алгебры. Подалгебры.
17. Группы. Примеры групп.
18. Понятие кольца. Подкольцо.
19. Понятие поля. Поле рациональных чисел.
20. Поле комплексных чисел.
21. Операции над комплексными числами в алгебраической форме.
22. Модуль и аргумент комплексного числа. Геометрическое представление комплексных чисел.
23. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.
24. Корни  $n$ -й степени из единицы и из произвольного комплексного числа.
25. Понятие матрицы. Виды матриц.
26. Линейные операции над матрицами, их свойства. Транспонирование матриц.
27. Умножение матриц. Перестановочные матрицы.
28. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатые матрицы.
29. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
30. Определитель квадратной матрицы.
31. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.

32. Основные свойства определителей.
33. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
34. Ранг матрицы. Определение ранга приведением матрицы к ступенчатому виду.
35. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров.
36. Обратимые матрицы. Вычисление обратной матрицы.

**Вопросы к зачету с оценкой по алгебре  
(2 семестр, очная форма обучения)**

1. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными в матричной форме.
2. Решение системы линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Линейные уравнения.
4. Система линейных уравнений, формы записи. Равносильные системы.
5. Разрешенные СЛУ. Элементарные преобразования систем.
6. Решение СЛУ методом Гаусса. Понятие общего решения СЛУ.
7. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
8. Линейное многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений.
9. Понятие векторного пространства, примеры; арифметическое векторное пространство.
10. Понятие линейного многообразия.
11. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
12. Базис и ранг системы векторов. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса.
13. Линейные отображения векторных пространств; примеры.
14. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов.
15. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение.

**Вопросы к экзамену по алгебре  
(3 семестр, очная форма обучения)**

1. Простое трансцендентное расширение области целостности.
2. Степень многочлена.
3. Понятие и свойства делимости многочленов над данным полем.
4. Деление многочлена на многочлен «уголком» и по схеме Яковкина.
5. Деление многочлена на двучлен  $x-a$ . Теорема Безу. Схема Горнера.
6. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.
7. Линейное представление НОД двух многочленов.
8. НОД нескольких многочленов. Взаимно простые многочлены.
9. Наименьшее общее кратное многочленов.
10. Неприводимые над полем многочлены. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
11. Разложение многочлена по степеням двучлена  $x-a$ .
12. Кратные корни многочлена. Неприводимые кратные множители многочлена. Схема выделения кратных множителей многочлена.
13. Кратное трансцендентное расширение области целостности  $K$ . Степень многочлена от нескольких переменных.
14. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность. Словарное упорядочение членов многочлена; высший член произведения многочленов.
15. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.
16. Результант двух многочленов. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя переменными.
17. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел; разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей.

18. Формулы Виета.
19. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
20. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
21. Уравнения третьей степени. Формулы Кардано.
22. Уравнение четвертой степени. Метод Феррари.
23. Целые корни многочлена с целыми коэффициентами.
24. Рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
25. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
26. Простое расширение поля. Алгебраические и трансцендентные числа. Строение простого алгебраического расширения поля.
27. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
28. Конечное расширение поля. Составное алгебраическое расширение поля. Поле алгебраических чисел, его алгебраическая замкнутость.
29. Понятие разрешимости уравнения в радикалах. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.
30. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

**Вопросы к зачету с оценкой по алгебре  
(4 семестр, очная форма обучения)**

1. Отношение делимости в кольце целых чисел. Простейшие свойства отношения делимости. Теорема о делении с остатком и её приложения.
2. Доказательства утверждений методом математической индукции.
3. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.
4. Разложение целых чисел на простые множители. Число и сумма делителей.
5. Наибольший общий делитель (НОД). Алгоритм Евклида.
6. Применение алгоритма Евклида для линейного представления НОД.
7. Взаимно простые числа.
8. Наименьшее общее кратное (НОК), его свойства.
9. Решето Эратосфена. Бесконечность множества натуральных простых чисел.
10. Разложение рационального числа в цепную дробь.
11. Разложение иррационального числа в цепную дробь.
12. Вычисление подходящих дробей для конечной цепной дроби.
13. Диофантовы уравнения. Задачи, приводящие к диофантовым уравнениям.
14. Решение линейных диофантовых уравнений.
15. Сравнения по натуральному модулю и их свойства.
16. Полная система вычетов, взаимно простых с модулем. Кольцо классов вычетов по простому модулю.
17. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
18. Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости.
19. Арифметические приложения теории сравнений. Проверка арифметических действий.
20. Сравнения с одной переменной. Решение с помощью теоремы Эйлера.
21. Сравнения с одной переменной. Решение с помощью тождественных преобразований.
22. Сравнения с одной переменной. Решение с помощью разложения в цепную дробь.
23. Двучленные сравнения по простому модулю.
24. Алгебраические и трансцендентные числа.

**Вопросы к зачету с оценкой по геометрии  
(1 семестр, очная форма обучения)**

1. Векторы: основные понятия.
2. Линейные операции над векторами.

1. Линейная зависимость векторов. Свойства линейно зависимых и независимых систем векторов.
2. Векторное пространство. Примеры векторных подпространств.
3. Базис векторного пространства. Теорема о разложении вектора в пространстве по трем некомпланарным векторам.
4. Координаты вектора в заданном базисе, их свойства.
5. Скалярное произведение векторов, его свойства.
6. Длина вектора, угол между векторами в ортонормированном базисе.
7. Аффинная система координат на плоскости. Координаты точки.
8. Деление отрезка в данном отношении.
9. Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками.
10. Угол между векторами на ориентированной плоскости.
11. Полярные координаты. Взаимосвязь между полярными и декартовыми координатами.
12. Различные способы задания прямой.
13. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении прямой.
14. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
15. Расстояние от точки до прямой.
16. Угол между двумя прямыми.
17. Преобразование множеств. Примеры. Группа преобразований и ее подгруппы.
18. Движения плоскости, свойства движений.
19. Аналитическое выражение движения. Формулы параллельного переноса, поворота, осевой симметрии.
20. Классификация движений первого и второго рода.
21. Преобразование подобия. Аналитическое выражение и простейшие свойства гомотетии. Формулы преобразования подобия. Группа подобия и ее подгруппы.
22. Аффинные преобразования. Аналитическое выражение аффинных преобразований.
23. Перспективно-аффинные преобразования плоскости. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы.

***Вопросы к экзамену по геометрии  
(2 семестр, очная форма обучения)***

1. Эллипс, его каноническое уравнение и свойства.
2. Гипербола, ее каноническое уравнение и свойства.
3. Парабола, ее каноническое уравнение и свойства.
4. Общее уравнение линии второго порядка и приведение его к каноническому виду.
5. Аффинная система координат в пространстве. Условие компланарности 3-ех векторов.
6. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра.
7. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.
8. Различные способы задания плоскости.
9. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости.
10. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
11. Расстояние от точки до плоскости.
12. Угол между плоскостями.
13. Различные способы задания прямой в пространстве.
14. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
15. Взаимное расположение прямой и плоскости.
16. Угол между двумя прямыми.
17. Угол между прямой и плоскостью.

***Вопросы к зачету с оценкой по геометрии  
(3 семестр, очная форма обучения)***

1. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.

2. Конические поверхности. Конические сечения.
3. Эллипсоид. Эллипсоид вращения.
4. Однополостный гиперболоид.
5. Двуполостный гиперболоид.
6. Эллиптический параболоид.
7. Гиперболический параболоид.
8. Центральное проектирование.
9. Параллельное проектирование как перспективно-аффинное отображение.
10. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
11. Теорема Польке-Шварца.
12. Изображение многогранников.
13. Изображение цилиндра.
14. Изображение конуса.
15. Изображение шара.
16. Аксонометрия. Изображение точек, прямых и плоскостей.
17. Позиционные задачи аксонометрии.
18. Полные изображения. Коэффициент неполноты.
19. Метрические задачи. Метрически определенное изображение.
20. Понятие о методе Монжа.
21. Основные задачи в центральной проекции. Перспектива.

**Вопросы к экзамену по геометрии  
(4 семестр, очная форма обучения)**

1. Топологические пространства. Окрестность точки, база топологии, внутренние, внешние, граничные точки. Топологические подпространства.
2. Непрерывность отображений топологических пространств. Гомеоморфизмы топологических пространств.
3. Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия.
4. Теорема Эйлера для многогранников. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.
5. Векторные функции одного и двух скалярных аргументов и их дифференцирование.
6. Понятие линии. Гладкие линии.
7. Касательная к линии.
8. Длина дуги. Естественная параметризация.
9. Кривизна и кручение линии. Формулы Френе.
10. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.
11. Винтовая линия.
12. Понятие поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие поверхности.
13. Кривые на гладкой поверхности. Криволинейные координаты.
14. Замена параметризации. Якобиан. Явное уравнение поверхности.
15. Касательная плоскость и нормаль.
16. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.
17. Вторая квадратичная форма поверхности.
18. Индикатриса Дюпена.
19. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности.

**IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ  
ДИСЦИПЛИНЫ**

**4.1. Основная литература**

1. Литаврин, А. В. Линейная алгебра : учебное пособие : [16+] / А. В. Литаврин,

- Т. В. Моисеенкова ; Сибирский федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2022. – 244 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=705607>.
2. Денисов, В. И. Алгебра и геометрия : практикум : учебник : [16+] / В. И. Денисов, В. М. Чубич, О. С. Черникова ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. – 307 с. : ил. – (Учебники НГТУ). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576183>.
3. Сизый, С. В. Лекции по аналитической геометрии : учебное пособие / С. В. Сизый. – Москва : Физматлит, 2021. – 254 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=687742>.

#### 4.2 Дополнительная литература

1. Пихтилькова, О. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций : учебное пособие / О. Пихтилькова, С.А. Пихтильков, А. Павленко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Оренбургский государственный университет». - Оренбург : ОГУ, 2015. - 281 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7410-1324-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485374>
2. Сизый, С. В. Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие / С. В. Сизый. – Москва : Физматлит, 2007. – 376 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69328>.

#### У. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
<a href="http://www.school.edu.ru">http://www.school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Неограниченный доступ
<a href="http://www.krugosvet.ru">http://www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия, в которой представлен материал по основным математическим терминам, а также биографические данные об известных математиках.	Неограниченный доступ
<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
<a href="http://mathem.h1.ru">http://mathem.h1.ru</a>	Справочная информация по математическим дисциплинам	Неограниченный доступ

<a href="http://allmath.ru">http://allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
<a href="http://en.edu.ru">http://en.edu.ru</a>	Естественно-научный портал	Неограниченный доступ

## **VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1.	<a href="http://www.school.edu.ru">www.school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Свободный доступ.
2.	<a href="http://www.garant.ru">www.garant.ru</a>	Гарант.РУ – информационно-правовой портал	Свободный доступ
3.	<a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>	Российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования	Свободный доступ
4.	<a href="http://www.consultant.ru">www.consultant.ru</a>	Российская компьютерная справочно-правовая система	Свободный доступ

## **VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.