



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.06.02 Алгебра и теория чисел**

**Направление подготовки:** 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**Направленность (профиль):** Физико-математическое образование, Дополнительное образование (техническое моделирование и робототехника)

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная, очно-заочная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики её преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	1-3	1-2	
Семестр/триместр	12345	123456	

Лекции	88	36	
Лабораторные занятия	—	—	
Практические (семинарские) занятия	88	40	
Консультации	8	8	
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет - 0,2 Экзамен - 1,2	Зачет - 0,2 Экзамен - 1,2	
Контроль	108	36	
Иные формы работы	—	—	
Самостоятельная работа	282,6	454,6	

**Всего часов: 576**

**Трудоемкость: 16 зачетных единиц.**

Разработчик рабочей программы:

кандидат педагогических наук, доцент Л.В. Жук

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** овладение знаниями, умениями, компетенциями, выраженными в способности оперировать основными алгебраическими понятиями, применять алгебраические методы, идеи, закономерности к решению разноплановых математических задач, готовности преподавать алгебру в общеобразовательной школе и квалифицированно вести элективные курсы по алгебре в профильных классах.

### **Задачи изучения дисциплины:**

- формирование представлений о понятиях и методах алгебры, её месте и роли в системе математических наук, в естественнонаучных приложениях;
- формирование культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения;
- подготовка к использованию систематизированных теоретических и практических знаний при решении профессиональных задач.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (модули).

### **Планируемые результаты обучения по дисциплине:**

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-2</b>	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- федеральные государственные образовательные стандарты;</li><li>- историю, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем;</li><li>- основы дидактики;</li><li>- современные образовательные технологии, в том числе информационно-коммуникационных технологий.</li></ul>	<b>Знает:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>-элементы теории множеств и основные алгебраические структуры,</li><li>-алгебру матриц и ее приложения,</li><li>-теорию определителей,</li><li>-методы решения систем линейных уравнений,</li><li>-векторные пространства,</li><li>-линейные отображения,</li><li>-законы распределения простых чисел в натуральном ряде и арифметических прогрессиях,</li><li>-методы решения сравнений.</li></ul>
	<b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- разрабатывать отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ;</li><li>- использовать информационно-</li></ul>	<b>Умеет:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>-решать системы линейных уравнений различными методами;</li><li>-выполнять матричные операции;</li><li>-находить НОД двух чисел с помощью алгоритма Евклида,</li><li>-решать сравнения с одним неизвестным,</li></ul>

	<p>коммуникационные технологии в разработке образовательных программ;</p> <p>- планировать учебные занятия.</p>	<p>-решать простейшие диофантовы уравнения,</p> <p>-находить разложения действительных чисел в цепные дроби</p>
	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- приемами разработки программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы;</li> <li>- навыками применения современных образовательных технологий в реальной и виртуальной образовательной среде;</li> <li>- информационно-коммуникационными технологиями: на уровне пользователя; на общепедагогическом уровне; на предметно-педагогическом уровне.</li> </ul>	<p><b>Владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью устанавливать связи разделов элементарной математики с разделами курса алгебры и теории чисел.</li> </ul>
ОПК-5	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- принципы организации контроля и оценивания образовательных результатов обучающихся;</li> <li>- технологии и методы контроля и оценки образовательных результатов;</li> <li>- специальные технологии и методы, позволяющие выявлять и корректировать трудности в обучении.</li> </ul>	<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-основные понятия линейной алгебры,</li> <li>-основные алгебраические системы,</li> <li>-основные теоремы высшей алгебры и методы их доказательств;</li> <li>-действия с комплексными числами,</li> <li>-алгебру многочленов от одной переменной,</li> <li>-теорию многочленов от нескольких переменных,</li> <li>-основные понятия теории делимости, в кольце целых чисел,</li> <li>-основные понятия теории цепных дробей</li> </ul>
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять инструментарий, методы диагностики и оценки показателей уровня и динамики развития обучающихся;</li> <li>- проводить педагогическую диагностику и коррекцию трудностей в обучении.</li> </ul>	<p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-применять арифметические методы к решению уравнений в целых числах,</li> <li>-находить приближения действительных чисел рациональными дробями,</li> <li>-применять представления о многомерных пространствах к преобразованию билинейных и квадратичных форм</li> </ul>

	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами контроля и оценки образовательных результатов (личностных, предметных, метапредметных) обучающихся;</li> <li>- специальными методами, позволяющими выявлять и корректировать трудности в обучении.</li> </ul>	<p><b>Владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- терминологией и основными понятиями высшей алгебры;</li> <li>- навыками применения современного алгебраического аппарата к решению разноплановых математических задач.</li> </ul>
--	--	---

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Элементы теории множеств</b>	<b>26</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>14</b>
1.	Тема 1. Понятие множества. Операции над множествами	12	2	2		8
2.	Тема 2. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений	14	4	4		6
	<b>Раздел 2. Основные алгебраические структуры</b>	<b>20</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>16</b>
3.	Тема 3. Бинарные операции. Алгебры.	8	1	1		6
4.	Тема 4. Группа. Кольцо. Поле.	12	1	1		10
	<b>Раздел 3. Поле комплексных чисел</b>	<b>19,7</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>11,7</b>
5.	Тема 5. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами.	10	2	2		6
6.	Тема 6. Тригонометрическая форма комплексного числа. Извлечение корней n-ой степени. Решение двучленных уравнений.	9,7	2	2		5,7
	<b>Раздел 4. Матрицы</b>	<b>22</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>10</b>
7.	Тема 7. Матрицы и операции над ними. Ранг матрицы.	10	2	2		6
8.	Тема 8. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.	12	4	4		4
	<i>Контроль</i>	18				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 1 семестр</b>	<b>108</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>51,7</b>
	<b>Раздел 5. Определители</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>20</b>
8.	Тема 8. Вычисление и свойства	26	4	4		20

	определителей n-го порядка.					
	<b>Раздел 5. Системы линейных алгебраических уравнений</b>	<b>32</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>20</b>
9.	Тема 9. Решение СЛАУ по правилу Крамера. Решение матричных уравнений.	10	2	2		6
10.	Тема 10. Решение СЛАУ методом последовательного исключения переменных (метод Гаусса).	10	2	2		6
11.	Тема 11. Однородные системы линейных уравнений и построение фундаментальной системы решений. Построение общего решения СЛАУ в векторной форме	12	2	2		8
	<b>Раздел 6. Векторные пространства.</b>	<b>28</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>20</b>
12.	Тема 12. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и размерность векторного пространства.	14	2	2		10
13.	Тема 13. Векторные пространства со скалярным умножением. Евклидовы векторные пространства.	14	2	2		10
	<b>Раздел 7. Линейные отображения.</b>	<b>26,7</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>18,7</b>
14.	Тема 14. Линейные отображения и операторы. Представление линейных операторов матрицами.	14	2	2		10
15.	Тема 15. Собственные векторы и собственные значения. Характеристические уравнения.	12,7	2	2		8,7
	<i>Контроль</i>	27				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 2 семестр</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>78,7</b>
	<b>Раздел 8. Многочлены от одной переменной.</b>	<b>64</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>40</b>
16.	Тема 16. Понятие и свойства делимости многочленов над данным числовым полем. НОД и НОК многочленов	36	8	8		20
17.	Тема 17. Неприводимые над полем многочлены. Кратные множители.	28	4	4		20
	<b>Раздел 9. Многочлены от нескольких переменных.</b>	<b>50,7</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>38,7</b>
18.	Тема 18. Симметрические многочлены. Результант и его приложения.	50,7	6	6		38,7
	<i>Контроль</i>	27				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>78,7</b>
	<b>Раздел 10. Многочлены над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.</b>	<b>36</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>16</b>
19.	Тема 19. Многочлены над полем комплексных чисел и над полем	14	4	4		6

	действительных чисел.					
20.	Тема 20. Формулы Виета.	8	2	2		4
21.	Тема 21. Решение алгебраических уравнений. Формулы Кардано. Метод Феррари	14	4	4		6
	<b>Раздел 11. Многочлены над полем рациональных чисел и алгебраические числа.</b>	<b>35,8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>19,8</b>
22.	Тема 22. Целые и рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами.	16	4	4		8
23.	Тема 23. Алгебраические и трансцендентные числа.	10	2	2		6
24.	Тема 24. Составное алгебраическое расширение поля. Понятие о разрешимости уравнения в радикалах.	9,8	2	2		5,8
	<i>Зачет</i>	0,2				
	<b>Итого за 4 семестр</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>35,8</b>
	<b>Раздел 12. Теория делимости в кольце целых чисел.</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>12</b>
25.	Тема 25. Отношение делимости, его простейшие свойства. Теорема о делении с остатком.	8	2	2		4
26.	Тема 26. Простые и составные числа. НОД. НОК	8	2	2		4
28.	Тема 28. Цепные дроби	8	2	2		4
	<b>Раздел 13. Теория сравнений.</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>12</b>
29.	Тема 29. Сравнения в кольце целых чисел и их свойства.	10	2	2		6
30.	Тема 30. Классы вычетов по данному модулю.	4	2			2
31.	Тема 31. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Арифметические приложения теории сравнений.	10	2	4		4
	<b>Раздел 14. Диофантовы уравнения. Алгебраические и трансцендентные числа.</b>	<b>21,7</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>13,7</b>
32.	Тема 32. Решение диофантовых уравнений первой степени.	12	2	2		8
33.	Тема 33. Алгебраические и трансцендентные числа.	9,7	2	2		5,7
	<i>Контроль</i>	36				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 5 семестр</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>37,7</b>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>576</b>	<b>88</b>	<b>88</b>		<b>282,6</b>

### Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Элементы теории множеств</b>	<b>34</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>30</b>
1.	Тема 1. Понятие множества. Операции над множествами	16	1	1		14
2.	Тема 2. Бинарные отношения. Виды бинарных отношений	18	1	1		16
	<b>Раздел 2. Основные алгебраические структуры</b>	<b>34</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>30</b>
3.	Тема 3. Бинарные операции. Алгебры.	18	1	1		16
4.	Тема 4. Группа. Кольцо. Поле.	16	1	1		14
	<b>Раздел 3. Поле комплексных чисел</b>	<b>28,7</b>	<b>2</b>	<b>4</b>		<b>22,7</b>
5.	Тема 5. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами.	14	1	3		10
6.	Тема 6. Тригонометрическая форма комплексного числа. Извлечение корней n-ой степени. Решение двучленных уравнений.	14,7	1	1		12,7
	<i>Контроль</i>	9				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 1 триместр</b>	<b>108</b>	<b>6</b>	<b>8</b>		<b>82,7</b>
	<b>Раздел 4. Матрицы</b>	<b>32</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		<b>30</b>
7.	Тема 7. Матрицы и операции над ними. Ранг матрицы.	11	1			10
8.	Тема 8. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.	21		1		20
	<b>Раздел 5. Определители</b>	<b>31</b>		<b>1</b>		<b>30</b>
8.	Тема 8. Вычисление и свойства определителей n-го порядка.	31		1		30
	<b>Раздел 5. Системы линейных алгебраических уравнений</b>	<b>45</b>	<b>1</b>	<b>2</b>		<b>42</b>
9.	Тема 9. Решение СЛАУ по правилу Крамера. Решение матричных уравнений.	11	1			10
10.	Тема 10. Решение СЛАУ методом последовательного исключения переменных (метод Гаусса).	21		1		20
11.	Тема 11. Однородные системы линейных уравнений и построение фундаментальной системы решений. Построение общего решения СЛАУ в векторной форме	13		1		12
	<b>Итого за 2 триместр</b>	<b>108</b>	<b>2</b>	<b>4</b>		<b>104</b>
	<b>Раздел 8. Многочлены от одной переменной.</b>	<b>50</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		<b>40</b>
16.	Тема 16. Понятие и свойства делимости многочленов над данным числовым полем. НОД и НОК многочленов	26	2	4		20
17.	Тема 17. Неприводимые над полем многочлены. Кратные множители.	24	2	2		20

	<b>Раздел 9. Многочлены от нескольких переменных.</b>	<b>46,7</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>42,7</b>
18.	Тема 18. Симметрические многочлены. Результат и его приложения.	46,7	2	2		42,7
	<i>Контроль</i>	9				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 3 триместр</b>	<b>108</b>	<b>6</b>	<b>8</b>		<b>82,7</b>
	<b>Раздел 10. Многочлены над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.</b>	<b>96,7</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>84,7</b>
19.	Тема 19. Многочлены над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.	26	3	3		20
20.	Тема 20. Формулы Виета.	23	1	2		20
21.	Тема 21. Решение алгебраических уравнений. Формулы Кардано. Метод Феррари	47,7	2	1		44,7
	<i>Контроль</i>	9				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 4 триместр</b>	<b>108</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>84,7</b>
	<b>Раздел 11. Многочлены над полем рациональных чисел и алгебраические числа.</b>	<b>71,8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>55,8</b>
22.	Тема 22. Целые и рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами.	28	4	4		20
23.	Тема 23. Алгебраические и трансцендентные числа.	14	2	2		10
24.	Тема 24. Составное алгебраическое расширение поля. Понятие о разрешимости уравнения в радикалах.	29,8	2	2		25,8
	<i>Зачет</i>	0,2				
	<b>Итого за 5 триместр</b>	<b>72</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>55,8</b>
	<b>Раздел 12. Теория делимости в кольце целых чисел.</b>	<b>16</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>12</b>
25.	Тема 25. Отношение делимости, его простейшие свойства. Теорема о делении с остатком.	5		1		4
26.	Тема 26. Простые и составные числа. НОД. НОК	6	1	1		4
28.	Тема 28. Цепные дроби	5	1			4
	<b>Раздел 13. Теория сравнений.</b>	<b>16</b>	<b>2</b>	<b>4</b>		<b>10</b>
29.	Тема 29. Сравнения в кольце целых чисел и их свойства.	8	1	2		5
30.	Тема 30. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Арифметические приложения теории сравнений.	8	1	2		5
	<b>Раздел 14. Диофантовы уравнения.</b>	<b>28,7</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		<b>22,7</b>



	<b>Алгебраические и трансцендентные числа.</b>					
31.	Тема 31. Решение диофантовых уравнений первой степени.	13	2	1		10
32.	Тема 32. Алгебраические и трансцендентные числа.	15,7	2	1		12,7
	<i>Контроль</i>	9				
	<i>Консультации</i>	2				
	<i>Экзамен</i>	0,3				
	<b>Итого за 6 триместр</b>	<b>72</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>44,7</b>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>576</b>	<b>36</b>	<b>40</b>		<b>454,6</b>

**Заочная форма обучения**  
(не реализуется)

**III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, реферата.

**Типовые варианты контрольных работ**

**Контрольная работа №1**  
(1 семестр, очная форма обучения  
1 триместр, очно-заочная форма обучения)

1. Определите множество  $A \cap B$ , если  
 $A = \{x \in \mathbb{R} \wedge x^2 - 8x + 15 > 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} \wedge \frac{3x-6}{x-5} \geq 0\}$ .
2. Ассоциативна ли операция  $*$  на  $\mathbb{R}$ , определенная правилом  $x * y = x^2 + y^2$ ?
3. Разрешимо ли в кольце  $\langle \mathbb{Z}[\sqrt{5}], +, \cdot \rangle$ , где  $\mathbb{Z}[\sqrt{5}] = \{a + b\sqrt{5}, a, b \in \mathbb{Z}\}$  уравнение  $(-8 + 3\sqrt{5})x = 1 + 2\sqrt{5}$ ?
4. Решить двучленное уравнение  $x^4 + 81 = 0$ .
5. Изобразить на комплексной плоскости множество  $1 < |z - 2 + i| < 4$  при условии  $\pi/6 < \arg z < 3\pi/4$ ,  $i^2 = -1$ ,  $z \in \mathbb{C}$ .
6. Вычислить  $(1-i)^{23}$ , где  $i^2 = -1$ .

**Контрольная работа №2**  
(2 семестр, очная форма обучения,  
2 триместр, очно-заочная форма обучения)

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 7 & 5 \\ 3 & -1 & -5 & -3 \\ 5 & -6 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Определить ранг матрицы

- 1) методом окаймляющих миноров,
- 2) приведением к ступенчатому виду

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 & 3 \\ 5 & 4 & -4 & -4 & 15 \\ 3 & 2 & -2 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Найдите матрицу, обратную матрице  $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

4. Используя формулы Крамера, найти сумму решений системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

5. Решите матричное уравнение  $A \cdot X = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 18 \end{pmatrix}$ .

6. Найдите собственный вектор матрицы  $A$ , соответствующий собственному

значению  $\lambda=2$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

7. Найти общее решение однородной системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 7x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + x_5 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 - x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

### Контрольная работа №3

(3 семестр, очная форма обучения,

3 триместр, очно-заочная форма обучения)

1. Найти НОД многочленов  $f(x) = 2x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x + 1$  и  $g(x) = 3x^3 + 2x^2 - 2x + 3$  и выразить его линейно.

2. Разложить многочлен  $f(x) = 3x^5 + 3x^4 - 12x^3 + 9x^2 - 8x + 2$  по степеням двучлена  $(x + 4)$ .

3. Выделить кратные множители многочлена  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x - 1$ .

4. Представить многочлен

$$f(x_1; x_2; x_3) = (3x_1 + x_2 + x_3)(3x_2 + x_3 + x_1)(3x_3 + x_2 + x_1)$$

в виде элементарных симметрических многочленов.

5. Вычислить результат многочленов  $f(x) = x_3 + 2x + 1$  и  $g(x) = 2x_2 - 3$ .

### Контрольная работа №4

**(4 семестр, очная форма обучения,  
5 триместр, очно-заочная форма обучения)**

1. Разложить многочлен  $f(x) = x^6 + 27$  на неприводимые множители над полями  $R$  и  $C$ .
2. Решить уравнение  $2x^3 + 6x^2 - 6x - 28 = 0$ .
3. Решить уравнение  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 6x + 9 = 0$ .
4. Найти рациональные корни многочлена  $f(x) = 3x^4 + 5x^3 + x^2 + 5x - 2$ .
5. Освободиться от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{1}{\sqrt[3]{25 - 3\sqrt{5}} - 4}$$

**Контрольная работа № 5  
(5 семестр, очная форма обучения,  
6 триместр, очно-заочная форма обучения)**

1. Найти частное и остаток от деления  $-386$  на  $11$ .
2. Вычислить НОД чисел  $135$ ,  $8211$  и выразить его линейно через данные числа.
3. Вычислить НОК чисел  $420$ ,  $126$ ,  $525$ .
4. Записать число  $3745$  в троичной позиционной системе.
5. Найти число и сумму натуральных делителей числа  $874$ .
6. Вычислить функцию Эйлера для  $n=37$ ,  $n=146$ .
7. Разложить в цепную дробь  $-\frac{37}{11}$  и найти все подходящие дроби.

**Примерная тематика рефератов**

1. Элементы теории групп.
2. Циклические группы.
3. История возникновения комплексных чисел.
4. Алгебра кватернионов.
5. Гиперкомплексные числа.
6. Евклидово и унитарное пространства.
7. Элементарные матрицы и преобразования.
8. Собственные значения и собственные векторы матриц.
9. Линейные операторы.
10. Ортогональные системы векторов.
11. Линейные многообразия.
12. Нормальные матрицы.
13. Билинейные формы.
14. Квадратичные формы.
15. Распределение корней многочлена.
16. Многочлены и дроби.
17. Основные направления исследований и основные методы теории чисел.
18. Целая и дробная части числа.

19. Мультипликативные функции.
20. Признак иррациональности числа.
21. Теорема Лагранжа о разложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби.
22. Системы сравнений, их решение.
23. Сведение сравнения по составному модулю к системе сравнений по простому модулю.
24. Критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов.
25. Решение показательных сравнений.
26. Число классов первообразных корней.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета, экзамена с использованием следующих оценочных материалов:

**Вопросы к экзамену**  
**(1 семестр, очная форма обучения,**  
**1 триместр, очно-заочная форма обучения)**

1. Множества и операции над ними.
2. Свойства операций над множествами. Универсальное множество. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Прямое произведение множеств.
4. Бинарные отношения.
5. Представление бинарных отношений графами.
6. Композиция бинарных отношений. Инверсия.
7. Некоторые виды бинарных отношений.
8. Отношение эквивалентности. Примеры.
9. Фактор-множество.
10. Отношение порядка.
11. Понятие функции (отображения).
12. Бинарные и  $n$ -местные операции.
13. Свойства бинарных операций.
14. Нейтральные и симметричные элементы.
15. Аддитивная и мультипликативная формы записи бинарных операций.
16. Понятие алгебры. Подалгебры.
17. Группы. Примеры групп.
18. Понятие кольца. Подкольцо.
19. Понятие поля. Поле рациональных чисел.
20. Поле комплексных чисел.
21. Операции над комплексными числами в алгебраической форме.
22. Модуль и аргумент комплексного числа. Геометрическое представление комплексных чисел.
23. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.
24. Корни  $n$ -й степени из единицы и из произвольного комплексного числа.

**Вопросы к экзамену**  
**(2 семестр, очная форма обучения,**  
**3 триместр, очно-заочная форма обучения)**

1. Понятие матрицы. Виды матриц.
2. Линейные операции над матрицами, их свойства. Транспонирование матриц.
3. Умножение матриц. Перестановочные матрицы.
4. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатые матрицы.
5. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
6. Ранг матрицы. Определение ранга приведением матрицы к ступенчатому виду.
7. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров.
8. Определитель квадратной матрицы.
9. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.
10. Основные свойства определителей.
11. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
12. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
13. Обратимые матрицы. Вычисление обратной матрицы.
14. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными в матричной форме.
15. Решение системы линейных уравнений по формулам Крамера.
16. Линейные уравнения.
17. Система линейных уравнений, формы записи. Равносильные системы.
18. Разрешенные СЛУ. Элементарные преобразования систем.
19. Решение СЛУ методом Гаусса. Понятие общего решения СЛУ.
20. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
21. Линейное многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений.
22. Понятие векторного пространства, примеры; арифметическое векторное пространство.
23. Линейные отображения векторных пространств.
24. Понятие линейного многообразия. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
25. Базис и ранг системы векторов. Координатная строка (столбец) вектора относительно данного базиса.
26. Векторное пространство со скалярным умножением.
27. Ортогональная система векторов. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации.
28. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства.
29. Линейные отображения векторных пространств; примеры.
30. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов.

31. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение.

**Вопросы к экзамену**  
**(3 семестр, очная форма обучения,**  
**4 триместр, очно-заочная форма обучения)**

1. Простое трансцендентное расширение области целостности.
2. Степень многочлена.
3. Понятие и свойства делимости многочленов над данным полем.
4. Деление многочлена на многочлен «уголком» и по схеме Яковкина.
5. Деление многочлена на двучлен  $x-a$ . Теорема Безу. Схема Горнера.
6. Корни многочлена. Наибольшее возможное число корней многочлена в области целостности.
7. Наибольший общий делитель двух многочленов.
8. Алгоритм Евклида.
9. Линейное представление НОД двух многочленов.
10. НОД нескольких многочленов.
11. Взаимно простые многочлены.
12. Наименьшее общее кратное многочленов.
13. Неприводимые над полем многочлены.
14. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
15. Разложение многочлена по степеням двучлена  $x-a$ .
16. Кратные корни многочлена.
17. Неприводимые кратные множители многочлена.
18. Схема выделения кратных множителей многочлена.
19. Кратное трансцендентное расширение области целостности  $K$ . Степень многочлена от нескольких переменных.
20. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность. Словарное упорядочение членов многочлена; высший член произведения многочленов.
21. Симметрические многочлены.
22. Основная теорема о симметрических многочленах и следствие из нее.
23. Результант двух многочленов.
24. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя переменными.

**Вопросы к зачету**  
**(4 семестр, очная форма обучения,**  
**5 триместр, очно-заочная форма обучения)**

1. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел; разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей.
2. Формулы Виета.

3. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
4. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей.
5. Уравнения третьей степени. Формулы Кардано.
6. Уравнение четвертой степени. Метод Феррари.
7. Целые корни многочлена с целыми коэффициентами.
8. Рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами
9. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
10. Простое расширение поля.
11. Алгебраические и трансцендентные числа.
12. Строение простого алгебраического расширения поля.
13. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
14. Конечное расширение поля. Составное алгебраическое расширение поля.
15. Поле алгебраических чисел, его алгебраическая замкнутость.
16. Понятие разрешимости уравнения в радикалах.
17. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.
18. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

**Вопросы к экзамену**  
**(5 семестр, очная форма обучения,**  
**6 триместр, очно-заочная форма обучения)**

1. Отношение делимости в кольце целых чисел. Простейшие свойства отношения делимости.
2. Теорема о делении с остатком и её приложения.
3. Доказательства утверждений методом математической индукции.
4. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.
5. Разложение целых чисел на простые множители. Число и сумма делителей.
6. Наибольший общий делитель (НОД). Алгоритм Евклида.
7. Применение алгоритма Евклида для линейного представления НОД.
8. Взаимно простые числа.
9. Наименьшее общее кратное (НОК), его свойства.
10. Решето Эратосфена. Бесконечность множества натуральных простых чисел.
11. Разложение рационального числа в цепную дробь.
12. Разложение иррационального числа в цепную дробь.
13. Вычисление подходящих дробей для конечной цепной дроби.
14. Диофантовы уравнения. Задачи, приводящие к диофантовым уравнениям.
15. Решение линейных диофантовых уравнений с 3-мя переменными.
16. Сравнения по натуральному модулю и их свойства.
17. Полная система вычетов, взаимно простых с модулем.
18. Кольцо классов вычетов по простому модулю.
19. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
20. Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости.

21. Арифметические приложения теории сравнений. Проверка арифметических действий.
22. Исследование сравнений первой степени. Теорема о решении сравнения.
23. Сравнения с одной переменной. Решение с помощью теоремы Эйлера.
24. Сравнения с одной переменной. Решение с помощью тождественных преобразований.
25. Сравнения с одной переменной. Решение с помощью разложения в цепную дробь.
26. Двучленные сравнения по простому модулю.
27. Алгебраические и трансцендентные числа.

## **IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1. Основная литература**

1. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. – Москва : МЦНМО, 2011. – 591 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299> (дата обращения: 25.08.2020). – ISBN 978-5-94057-685-3. – Текст : электронный.
2. Михалева, М.М. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / М.М. Михалева, Б.М. Веретенников ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – Ч. 1. – 51 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276012> (дата обращения: 25.08.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1193-4 | 978-5-7996-1166-8. – Текст : электронный.

### **4.2. Дополнительная литература**

1. Веселова, Л.В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов ; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2014. – 107 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287> (дата обращения: 25.08.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7882-1636-2. – Текст : электронный.
2. Данилова, Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений / Т.В. Данилова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 104 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368> (дата обращения: 25.08.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-01004-3. – Текст : электронный.



## V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
3.	<a href="http://www.matchclub.ru">http://www.matchclub.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
4.	<a href="http://www.fismat.ru">http://www.fismat.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
5.	<a href="http://www.mathnet.ru">http://www.mathnet.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
6.	<a href="http://www.krugosvet.ru">http://www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия, в которой представлен материал по основным математическим терминам.	Свободный доступ

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1.	<u><a href="#">zbMATH</a></u>	Математическая база данных, охватывающая около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, физике, естественным наукам	Доступ свободный <u><a href="http://zbmath.org">zbmath.org</a></u>
2.	<u><a href="http://ilib.mccme.ru">http://ilib.mccme.ru</a></u>	ЭБ с книгами по математике.	Свободный доступ.

## VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;

- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.