

ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И.А. БУНИНА



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.06.06 Дискретная математика и математическая логика**

**Направление подготовки:** 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**Направленность (профиль):** Математика и информатика, Физика

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3		
Семестр	5, 6		
Лекции	32		
Лабораторные занятия	-		
Практические (семинарские) занятия	48		
в т. ч. практическая подготовка	-		
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет (5 семестр) Экзамен 0,3 (6 семестр)		
Контроль	9		
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	90,7		

**Всего часов: 180**

**Трудоемкость: 5 зачетных единиц.**

Разработчик(и) рабочей программы:

Кандидат физико-математических наук, доцент Игонина Е.В.

# **I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ**

**Цель изучения дисциплины:** сформировать базовые фундаментальные основы знаний, выработать практические умения и навыки по дисциплине, необходимые для дальнейшего успешного освоения дисциплин профильно-содержательного модуля, развить логическое и алгоритмическое мышление, способность использовать логические методы и законы для реализации профессиональной деятельности.

**Задачи изучения дисциплины:** повышение уровня логической подготовки студентов, предполагающего умение проводить согласующиеся с логикой математические рассуждения; изучение теоретических аспектов и освоение методов математической логики и теории алгоритмов, наиболее применяемых в профессиональной деятельности.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (модули).

## **Планируемые результаты обучения по дисциплине:**

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2	<b>Знать:</b> – федеральные государственные образовательные стандарты; - историю, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; - основы дидактики; - современные образовательные технологии, в том числе информационно-коммуникационные технологии.	<b>Знает:</b> основные понятия формализованных математических теорий. интуитивное понятие алгоритма; основные этапы развития теории алгоритмов как науки; свойства и способы записи алгоритмов; базовые алгоритмические структуры; определения понятий «вычислимая функция», «разрешимое множество», «перечислимое множество»; сущность понятия «алгоритмически неразрешимые проблемы»; элементы теории автоматов
	<b>Уметь:</b> – разрабатывать отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ; - использовать информационно-коммуникационные технологии в разработке образовательных	<b>Умеет:</b> упрощать логические формулы; строить таблицы истинности булевых функций, выполнять тождественные преобразования; строить совершенные нормальные формы логических функций; строить минимальные ДНФ; КНФ; упрощать функции проводимости и строить их контактно-релейные схемы. обосновывать необходимость формализации

	<p>программ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- планировать учебные занятия</li> </ul>	<p>интуитивного понятия алгоритма;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- доказывать алгоритмическую вычислимость функций, разрешимость и перечислимость множеств;</li> <li>- строить простейшие алгоритмы для различных алгоритмических моделей;</li> <li>- приводить пример нумерации машин Тьюринга;</li> <li>- приводить примеры алгоритмически неразрешимых проблем;</li> <li>- строить конечные автоматы и выполнять действия с ними.</li> </ul>
	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- приемами разработки программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы;</li> <li>- навыками применения современных образовательных технологий в реальной и виртуальной образовательной среде;</li> <li>- информационно-коммуникационными технологиями: на уровне пользователя; на общепедагогическом уровне; на предметно-педагогическом уровне.</li> </ul>	<p><b>Владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения;</li> <li>- способностью использовать знания о современных проблемах математической логики и теории алгоритмов в научно-исследовательском и проектном направлении профессиональной деятельности;</li> <li>- способами ориентации в профессиональных источниках информации;</li> <li>- готовностью работать с компьютером как средством управления информацией;</li> <li>- способностью логически верно выстраивать устную и письменную речь.</li> </ul>
<b>ОПК-8</b>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- специальные, в том числе предметные и методические научные знания;</li> <li>- основы педагогической деятельности учителя-предметника (по профилю образовательной программы).</li> </ul>	<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия логики высказываний, логические операции, законы логики высказываний, основные понятия логики предикатов;</li> <li>- применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений;</li> <li>- методы доказательства равносильности формул, доказательства тавтологии, логического следования, комбинаторные формулы, основные понятия теории графов и ее приложения;</li> </ul>

	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать современные технологии и методики организации урочной и внеурочной деятельности;</li> <li>- использовать традиционные и современные формы и методы воспитательной работы, в том числе в предметной области.</li> </ul>	<p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать методы доказательства равносильности формул, доказательства тавтологии, логического следования при решении прикладных задач с использованием дополнительных информационных источников;</li> <li>– использовать комбинаторные формулы, основные понятия теории графов при решении задач профессиональной деятельности с использованием дополнительных информационных источников;</li> </ul>
	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками организации различных видов и форм занятий с учетом специфики предметной области;</li> <li>- действиями организации различных видов внеурочной деятельности: игровой, учебно-исследовательской, художественно-продуктивной, культурно-досуговой.</li> </ul>	<p><b>Владеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методами доказательства равносильности формул, доказательства тавтологии, логического следования;</li> <li>– элементами комбинаторики, основными понятиями теории графов при решении задач профессиональной деятельности;</li> </ul>
<b>ОПК-8</b>	<p><b>Знать:</b></p> <p>методы и приемы алгоритмизации поставленных задач; алгоритмы решения типовых задач, области и способы их применения; интерфейсы взаимодействия с внешней средой; интерфейсы взаимодействия внутренних модулей системы;</p>	<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– алгоритмы решения логических уравнений, доказательства равносильности формул и логического следования, алгоритм построения СДНФ, СКНФ,</li> <li>– принципы алгоритмов, реализуемых абстрактными машинами Поста, Тьюринга,</li> <li>– алгоритм решения комбинаторных задач, построения матриц смежности и инцидентности.</li> </ul>

	<p><b>Уметь:</b> использовать методы и приемы алгоритмизации поставленных задач; выполнять процедуры сборки программных модулей и компонент в программный продукт; производить настройки параметров программного продукта и осуществлять запуск процедур сборки; создавать резервные копии программ и данных, выполнять восстановление, обеспечивать целостность программного продукта и данных;</p>	<p><b>Умеет:</b> использовать методы решения логических уравнений, доказательства равносильности формул и логического следования, алгоритм построения СДНФ, СКНФ, – использовать принципы алгоритмов, реализуемых абстрактными машинами Поста, Тьюринга. для решения прикладных задач, – перекладывать построенные алгоритмы решения поставленных задач на программные средства и производить настройки</p>
	<p><b>Владеть:</b> навыками создания программного кода в соответствии с техническим заданием (готовыми спецификациями); навыками оптимизации программного кода с использованием специализированных программных средств; методологиями разработки программного обеспечения.</p>	<p><b>Владеет:</b> – навыками создания программного кода в соответствии с самостоятельно разработанным алгоритмом решения поставленных задач.</p>

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

### Очная форма обучения

№ п п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Теория множеств.</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>12</b>
	<i>Тема 1. Общие понятия теории множеств. Язык теории множеств.</i>	8	2	2		4
	<i>Тема 2. Отношения.</i>	8	2	2		4

	Бинарные отношения и их свойства.					
	Тема 3. Рекуррентные соотношения	8	2	2		4
	<b>Раздел 2. Элементы комбинаторики.</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>12</b>
	Тема 4. Выборки. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты.	12	3	3		6
	Тема 5. Формула включений и исключений. Рекуррентные соотношения и производящие функции.	12	3	3		6
	<b>Раздел 3. Теория графов.</b>	<b>24</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>16</b>
	Тема 6. Основные понятия и определения графа и его элементов	5	1			4
	Тема 7. Операции над графами	6		2		4
	Тема 8. Способы задания графа.	5	1			4
	Тема 9. Сети. Сетевые модели представления информации	8	2	2		4
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>72</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>40</b>
	<b>Раздел 4. Логика высказываний.</b>		<b>4</b>	<b>8</b>		<b>10</b>
	Тема 1. Высказывания и операции над ними. Равносильные преобразования формул. Логическое следование.	5	1	2		2
	Тема 2. Булевы функции	5	1	2		2
	Тема 3. Построение СДНФ, СКНФ. Полином Жигалкина.	5	1	2		2
6.	Тема 4. Теоремы исчисления высказываний. Свойства формального вывода. Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний	7	1	2		4
	<b>Раздел 5. Логика предикатов.</b>	<b>22</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>10</b>
7.	Тема 5. Понятие	11	2	4		5

	предиката и логические операции над ними					
8.	Тема 6. Формулы логики предикатов: ПНФ. Применение языка логики предикатов	11	2	4		5
	<b>Раздел 6. Математические теории.</b>	<b>16</b>	<b>2</b>	<b>4</b>		<b>10</b>
9.	Тема 7. Математические теории. Доказательство в теории. Теория натуральных чисел. Проблемы математических теорий	16	2	4		10
	<b>Раздел 7. Основы теории алгоритмов.</b>	<b>22</b>	<b>4</b>	<b>8</b>		<b>10</b>
10.	Тема 8. Понятие алгоритма и его характерные черты. Машины Тьюринга и Поста. Алгоритмы Маркова	11	2	4		5
11.	Тема 9. Вычислимые функции. Частично рекурсивные и общерекурсивные функции	11	2	4		5
	<b>Раздел 8. Элементы теории автоматов.</b>	<b>16,7</b>	<b>2</b>	<b>4</b>		<b>10,7</b>
12.	Тема 10. Понятие конечного автомата. Канонические уравнения автомата	16,7	2	4		10,7
	<b>Форма отчетности: экзамен</b>	<b>0,3</b>				
	<b>Итого за 4 семестр</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>32</b>		<b>50,7</b>
	в т.ч. практическая подготовка	-				
	Контроль	9				
	<b>ИТОГО:</b>	<b>180</b>	<b>32</b>	<b>48</b>		<b>90,7</b>

**Очно-заочная форма обучения (не реализуется)**

**Заочная форма обучения (не реализуется)**

### III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста, реферата, семестрового задания.

#### 5 семестр

#### Типовой вариант контрольной работы

#### Вариант 1

1. Упростить выражение и вычислить его значение при  $n$  равном 5:

$$\frac{(n-1)! + 4n!}{2(n-1)!}.$$

2. Из алфавита выделили  $k$  букв. Известно, что из этих  $k$  букв две буквы (причем различные) можно выбрать 132 способами. Найти  $k$ .
3. Код автоматической камеры хранения состоит из пяти различных цифр. Хозяин багажа забыл точный код, но помнит, что в нем использовались цифры 1, 3, 4, 8, 9. Сколько надо перебрать комбинаций для открытия камеры?
4. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1, 3, 6), (1, 7, 8), (2, 6, 5), (2, 8, 4), (3, 5, 3), (3, 6, 9), (3, 7, 4), (4, 7, 5), (4, 8, 2), (5, 6, 1), (5, 7, 3), (5, 8, 8), (6, 7, 4), (7, 8, 1). Требуется
- 1) Нарисовать граф  $G$ ;
  - 2) Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  - 3) Найти матрицу смежности графа  $G$ ;
  - 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  - 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  - 6) Постройте дополнение заданного графа;
  - 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

#### Вариант 2

1. Упростить выражение и вычислить его значение при  $n = 3$ :
- $$\frac{6 \cdot (n-1)! \cdot (n+1)!}{n!}.$$
- 2.
3. Сколько различных вариантов количества очков может выпасть при бросании трех кубиков?
4. Сколько разных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2?
5. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1, 2, 3),

(1,3,5), (1,6,7), (1,8,9), (2,7,6), (3,4,1), (3,6,2), (3,8,7), (4,5,4), (5,6,3), (6,8,1), (7,8,9). Требуется

- 1) Нарисовать граф G;
- 2) Найти степенную последовательность графа G. Укажите четные и нечетные вершины;
- 3) Найти матрицу смежности графа G;
- 4) Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
- 5) Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
- 6) Постройте дополнение заданного графа;
- 7) Найти минимальный остов графа и его вес.

**(6 семестр)**  
**Контрольная работа №1**  
*Вариант 1.*

1. Составьте таблицу истинности следующей формулы:

$$(P \rightarrow R) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow R)).$$

2. Методом от противного выясните, верно ли следующее следование:

$$(F \vee G) \rightarrow (H \wedge K), (K \vee L) \rightarrow M \models F \rightarrow M.$$

3. Без построения истинностных таблиц докажите общезначимость формулы:

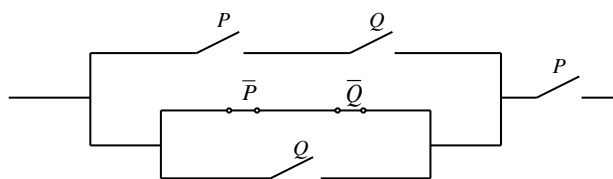
$$\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q).$$

4. Найти наипростейшую форму от трех переменных, последний столбец таблицы истинности которой имеет следующий вид:

10111101.

5. Пусть предметная область  $D = \{1, 2, 3\}$ . Определите множество значений двухместного иона A (a, b) на данной области. Укажите некоторые из них:  $I_{47}^2, I_{312}^2$ .

6. Упростите данную схему и изобразите ее.



*Вариант 2.*

1. Составьте таблицу истинности следующей формулы:

$$[(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)] \rightarrow \neg P.$$

2. Методом от противного выясните, верно ли следующее следование:

$$F \rightarrow G, (K \rightarrow \neg H), (H \vee \neg G) \models F \rightarrow \neg K.$$

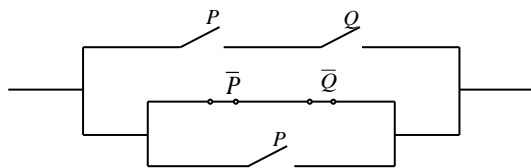
3. Без построения истинностных таблиц докажите общезначимость формулы:

$$P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q)).$$

4. Найти наипростейшую форму от трех переменных, последний столбец таблицы истинности которой имеет следующий вид:

11000010.

5. Пусть предметная область  $D = \{1, 2, 3\}$ . Определите множество значений двухместного иона  $A(a, b)$  на данной области. Укажите некоторые из них:  $l_{26}^2, l_{497}^2$ .
6. Упростите данную схему и изобразите ее.



## Контрольная работа № 2

### Вариант 1

1. Составить алгоритм для нахождения НОК двух натуральных чисел.
2. Является ли алгоритмически разрешимой следующая задача: Вычислить  $n$ -ое совершенное число.
3. Составить алгоритм для нахождения значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое неотрицательное число, если  $F(0)=0$ ;  $F(1)=1$ ;  $F(2n)=F(n)$ ;  $F(2n+1)=F(n)+F(n+1)$ .
4. Составить алгоритм для нахождения значения  $\sin x$  с точностью до 0,0001, используя разложение в ряд Маклорена.
5. Доказать, что функция примитивно рекурсивная:  $f(x,y)=\max(x,y)$
6. Пусть  $A=\{a, b, c, d\}$ , двоичное кодирование его букв:  $a \rightarrow 01$ ,  $b \rightarrow 100$ ,  $c \rightarrow 101$ ,  $d \rightarrow 0$ .
7. Декодируйте слова: 00101100, 10100 . Вычислить значение функции:

$$\begin{cases} f(x,0) = x, \\ f(x,y+1) = f(x,y) + x + 3y \end{cases} \quad \text{на 5 шаге.}$$

### Вариант 2

1. Составить алгоритм для нахождения НОД двух натуральных чисел.
2. Является ли алгоритмически разрешимой следующая задача: Вычислить  $n$ -ое совершенное число.
3. Доказать, что функция примитивно рекурсивная:  $f(x)=x!$  (здесь  $0!=1$ )
4. Доказать, что функция примитивно рекурсивная:  $f(x,y)=\min(x,y)$ .
5. Вычислить значение  $\mu((3^y + y^2 + 5) > 20)$ .
6. Какую функцию вычисляет машина Тьюринга со следующей программой:

	$a_0$	I
$q_1$	I И $q_0$	I П $q_1$

7. Является ли алгоритмически разрешимой следующая задача:

Найти  $x$  такие, что  $ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f=0$  ?

### Тест №1

**1. Выберите правильный вариант:**

- а)  $\neg(A \& B) \equiv A \vee \neg B$  ;
- б)  $\neg(A \& B) \equiv \neg A \vee B$  ;
- в)  $\neg(A \& B) \equiv \neg A \vee \neg B$  ;
- г)  $\neg(A \& B) \equiv A \vee B$  ;

**2. Выберите правильный вариант:**

- а)  $\neg(\forall x A) = \exists x(\neg A)$ ;
- б)  $\neg(\forall x A) = \exists x(A)$ ;
- в)  $(\forall x A) = \exists x(\neg A)$ ;
- г)  $(\forall x A) = \exists x(A)$ ;

**3. Выберите правильный вариант:**

- а)  $\forall x A = \forall x(A \& B)$
- б)  $\forall x B = \forall x(A \& B)$
- в)  $(\forall x A \& \forall x B) = \forall x(A \& B)$
- г)  $(\forall x A \& \forall x B) = (A \& B)$

**4. Выберите правильный вариант:**

- а)  $\forall x B = \forall x(A \vee B)$ ;
- б)  $(\forall x A \vee \forall x B) = (A \vee B)$ ;
- в)  $(\forall x A \vee \forall x B) = \forall x(A \vee B)$ ;
- г)  $(\forall x A \vee \forall x B) = B$

**5. Выберите правильный вариант:**

- а)  $\&$  - конъюнкция;

- б)  $\&$  - дизъюнкция;
- в)  $\&$  - импликация
- г)  $\&$  - эквивалентность

**6. Выберите правильный вариант:**

- а) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией)* называется  $n$ -местная операция на множестве  $\{0,1\}$ .
- б) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией)* называется  $n$ -местная операция на множестве  $\{0,10\}$ .
- в) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией)* называется  $n$ -местная операция на множестве  $\{0,2\}$ .
- г) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией)* называется  $n$ -местная операция на множестве  $\{0,1000\}$ .

**7. Выберите правильный вариант:**

- а)  $0 \vee 0 = 0$
- б)  $0 \vee 0 = 1$
- в)  $0 \& 0 = 1$
- г)  $0 \& 1 = 1$

**8. Дизъюнктивной нормальной формой (д.н.ф.) называется:**

- а) дизъюнкция элементарных произведений;
- б) конъюнкция элементарных произведений;
- в) импликация элементарных произведений;
- г) конъюнкция и импликация произведений;

**9. Пропозициональная форма называется конъюнктивной нормальной формой (к.н.ф.), если:**

- а) представляет собой конъюнкцию элементарных сумм;
- б) представляет собой дизъюнкцию элементарных сумм;
- в) представляет собой импликацию элементарных сумм;
- г) представляет собой сумму элементарных отношений;

**10. Формула  $A \rightarrow B$  ложна в данной интерпретации когда:**

- а)  $A$  истинно в этой интерпретации, а  $B$  ложно

- б) Хотя бы одна из них выполнима в этой интерпретации
- в) В этой интерпретации истинно А.
- г) А и В принимают значение И одновременно

**11. Формула  $A \& B$  выполнима в данной интерпретации когда:**

- а) хотя бы одна из них выполнима в этой интерпретации
- б) в этой интерпретации истинно А.
- в) А истинно в этой интерпретации, а В ложно
- г) А и В принимают значение И одновременно хотя бы для одной

совокупности значений своих свободных переменных

**12. Формула логики предикатов А называется выполнимой если:**

- а) если интерпретации не существует
- б) существует интерпретация, в которой выполнимо две операции
- в) существует интерпретация, в которой выполнима А
- г) существует интерпретация, в которой выполнимы все операции

**13. Формулы А и В логики предикатов называют равносильными если:**

- а) каждая из них логически не влечет другую
- б) каждая из них зависит друг от друга
- в) каждая из них не зависима
- г) каждая из них логически влечет другую

**14. Предикатом называется:**

а) повествовательное предложение об элементах некоторого заданного множества М, которое (предложение) становится высказыванием, если все переменные в нем заменить фиксированными элементами из М;

- б) повествовательное предложение об элементах;
- в) предложение об элементах высказываний;
- г) предложение об фиксированных элементах.

**15. Символ  $\forall x$  называется:**

- а) квантором всеобщности;
- б) квантором существования;

в) числовым индексом;

г) функцией.

### Семестровое задание

1. Проверить правильность рассуждения. Для этого представить каждое предложение в виде формулы и проверить, является ли заключение логическим следствием конъюнкции посылок:

Заработная плата возрастет, только если будет инфляция. Если стоимость жизни не увеличится, то инфляции не будет. Заработная плата возрастает. Следовательно, увеличится стоимость жизни.

2. Для данной формулы построить эквивалентную ей в с.д.н.ф. двумя способами: с помощью преобразований и с помощью таблицы истинности.  $((p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow r$ .

3. На множестве людей заданы следующие предикаты:  $P(x, y, z)$  –  $x$  и  $y$  – отец и мать  $z$  соответственно;  $M(x)$  –  $x$  – лицо мужского пола. Выразить через эти предикаты предикат  $x$  – двоюродный брат  $y$ .

4. Выяснить, является ли тождественно истинными формулы:  $y \rightarrow x \rightarrow (F(x) \rightarrow G(y))$  и  $x \rightarrow (F(x) \rightarrow G(y))$  и  $(x \rightarrow F(x) \rightarrow x \rightarrow G(x) \rightarrow x \rightarrow (F(x) \rightarrow G(x)))$ .

5. Записать с помощью ограниченных кванторов определение предела последовательности.

6. Построить конечные автоматы, распознающие языки  $L_1, L_2, L_1 \cup L_2, L_1 \cap L_2$ :  $L_1 = \{1^n \mid n = 1, 2, \dots\}$ ,  $L_2 = \{1^m \mid m = 0, 1, \dots\}$ .

7. Построить, если это возможно, конечный автомат, распознающий данный язык. В противном случае доказать, что этот язык не является автоматным:  $L_1 = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k = 1, 2, \dots\}$ ,

$L_2 = \{x_1 b x_2 \mid x_1, x_2 \in \{a, c\}^*, x_1 \neq x_2\}$ .

8. Построить диаграмму Мура для автомата, распознающего автоматный язык из предыдущей задачи. Построить машину Тьюринга, распознающую неавтоматный язык из предыдущей задачи.

9. Построить машину Тьюринга, вычисляющую данную функцию (в «палочковой» записи):  $f(x, y) = |x - y|$ .

10. Доказать, что данная функция примитивно рекурсивна:  $f(x, y) = |x - y|$ .

11. Записать данную функцию в аналитической форме:  $f(x, y, z) = \begin{cases} 1 & \text{если } x \leq y \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$ .

12. Даны предикаты  $A(x) = (x^2 + 2x - 3 > 0 \mid x \in \mathbb{R})$ ;  $B(x) = (\frac{x+2}{4x-5} \leq 0 \mid x \in \mathbb{R})$

Найти множества истинности предикатов:

$\neg A(x), \neg B(x), A(x) \wedge B(x), A(x) \vee B(x), A(x) \Rightarrow B(x)$

13. Упростить логическую функцию  $F$ , заданную таблицей истинности, и построить релейно-контактную схему упрощенной формулы.

a	b	c	$F = a \wedge b \rightarrow c \leftrightarrow a$
---	---	---	--

И	И	И	И
И	И	Л	И
И	Л	И	Л
И	Л	Л	Л
Л	И	И	И
Л	И	Л	И
Л	Л	И	Л
Л	Л	Л	И

14. В некотором конкурсе решается вопрос о допуске участников к следующему туру тремя членами жюри Р, Q, R. Решение положительно тогда и только тогда, когда хотя бы двое членов жюри проголосовали за допуск, причем среди них обязательно должен быть член жюри Р. По таблице истинности составьте СДНФ и с помощью равносильных преобразований упростите исходную схему.

15. Доказуема ли формула:

$$\vdash A \rightarrow B, \neg B \rightarrow \neg A.$$

16. Заданна машина Тьюринга  $T = (A, Q, P)$ , где внешний алфавит машины  $A = \{a_0, 1\}$ , алфавит внутренних состояний  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ , со следующей функциональной схемой (программой) P:

Q \ A	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>7</sub>
a <sub>0</sub>	q <sub>4</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>6</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>6</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>0</sub> 1	q <sub>4</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>0</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>6</sub> a <sub>0</sub> П
1	q <sub>2</sub> 1 Л	q <sub>3</sub> 1 Л	q <sub>3</sub> 1 Л	q <sub>5</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>5</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>7</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>7</sub> a <sub>0</sub>

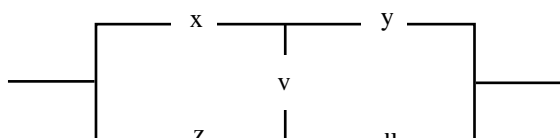
Изображая на каждом такте работы машины получающуюся конфигурацию, определите, в какое слово перерабатывает машина заданное слово, исходя из начального стандартного положения (стандартным считается такое положение, когда машина находится в состоянии  $q_1$  и обозревает крайнюю правую ячейку из тех, в которых записано перерабатываемое слово). Заданное слово: 111.

17. Функция  $Z(x)$  правильно вычислима. Машина Тьюринга  $Z: q_1 01^*0 \vdash q_0 00$ . Построить программу вычисления функции.

18. Равносильными преобразованиями приведите данную форму к СДНФ:

$$(\neg x \vee z) \wedge (y \vee z).$$

19. Найдите функцию проводимости и условия работы следующей схемы, называемой мостиковой:



20. Построить релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:

$$\bar{x} \wedge (\bar{y} \wedge z \vee x \vee y)$$

21. Задано некоторое нечеткое соответствие  $R$  на множествах  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$  и  $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ ,  $R = \{((x_1, y_2), 0,2), ((x_3, y_1), 1), ((x_3, y_3), 0,4), ((x_4, y_2), 0,3), ((x_5, y_2), 0,7), ((x_5, y_3), 0,8)\}$ . Найти матрицу инцидентности и построить граф нечеткого соответствия.

### **Примерная тематика рефератов**

1. Треугольник Паскаля и его свойства.
2. История развития комбинаторики.
3. Основные методы решения комбинаторных задач.
4. Из истории становления математической логики как науки.
5. Приложения алгебры логики.
6. Алгебра Буля.
7. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.
8. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.
9. Применение языка логики предикатов в математических дисциплинах.
10. Об аксиоматике исчисления предикатов.
11. Математические теории и их проблемы.
12. Теория натуральных чисел. Метод математической индукции.
13. Уточнение понятия алгоритма.
14. Неразрешимые алгоритмические проблемы.
15. Неразрешимость проблемы распознавания самоприменимости.
16. Теорема Райса-Успенского.
17. Автоматный язык.
18. Машины Тьюринга. Лемма о левой полуленте. Теоремы о соединении, композиции и разветвлении машин

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета, зачета с оценкой с использованием следующих оценочных материалов: перечень вопросов к зачету, экзамену.

### **Вопросы к зачету (5 семестр, очная форма обучения)**

1. Правило умножения в комбинаторике.
2. Правило сложения.
3. Размещение из  $n$  элементов по  $m$ .
4. Формула для нахождения числа всех размещений из  $n$  элементов по  $m$  (с повторением и без повторения).
5. Перестановка из  $n$  элементов.

6. Формула для нахождения числа всех перестановок из  $n$  элементов (с повторением и без повторения).
7. Сочетание из  $n$  элементов по  $m$ .
8. Формула для нахождения числа всех сочетаний из  $n$  элементов по  $m$  (с повторением и без повторения).
9. Биномиальные коэффициенты.
10. Треугольник Паскаля и его свойства.
11. Полиномиальные коэффициенты.
12. Формула включений и исключений.
13. Рекуррентные соотношения.
14. Производящие функции.
15. Основные понятия и определения графа и его элементов.
16. Операции над графами.
17. Способы задания графов.
18. Сети. Сетевые модели представления информации.
19. Приложения теории графов для решения прикладных задач

### Вопросы к экзамену (6 семестр, очная форма обучения)

1. Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики.
2. Высказывания и действия над ними. Таблицы истинности основных логических операций.
3. Элементарные высказывания (атомы). Алфавит алгебры высказываний, определение формулы алгебры высказываний. Соглашение об опускании скобок.
4. Интерпретации формул алгебры высказываний от нескольких логических переменных (атомов). Определение равносильных функций. Отношение равносильности формул.
5. Истинностные функции алгебры высказываний от нескольких логических переменных (атомов). Число различных истинностных функций от  $n$  логических переменных.
6. Построение совершенных конъюнктивных нормальных форм логических функций с помощью таблиц истинности.
7. Построение совершенных дизъюнктивных нормальных форм логических функций с помощью таблиц истинности.
8. Понятие полной системы истинностных функций. Штрих Шеффера и стрелка Пирса.
9. Нейтральные, общезначимые и невыполнимые формулы. Теорема об общезначимости формулы, полученной из общезначимой формулы заменой атомов произвольными формулами
10. Доказательство общезначимости схем удаления и введения основных операций

11. Доказательство общезначимости законов выражения одних логических операций через другие.
12. Доказательство общезначимости законов ассоциативности, коммутативности, дистрибутивности и идемпотентности.
13. Доказательство общезначимости законов де Моргана, отрицания импликации и эквиваленции, исключения третьего, силлогизма и контрапозиции.
14. Методы проверки общезначимости формул: с помощью таблиц истинности, от противного, с помощью элементарных преобразований.
15. Определение отношения логического следования формул алгебры высказываний и его связь с общезначимостью.
16. Важнейшие правила следования (удаления конъюнкции, двойного отрицания, эквиваленции, введения дизъюнкции).
17. Построение контактно-релейных схем основных логических операций. Контактно-релейная схема одноразрядного сумматора.
18. Аксиомы исчисления высказываний как набор основных общезначимых формул. Правило МР (модус поненс). Независимость аксиом.
19. Определение формального вывода формулы из посылок. Теорема о выводимости каждой из посылок Теорема о выводимости формулы из посылок, если она выводима из следствий этих посылок. Общезначимость всякой доказуемой функции (т.е. выводимой из аксиом).
20. Доказательство доказуемости любой общезначимой формулы с помощью доказательства выводимости каждой интерпретации основных логических операций.
21. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний, ее адекватность алгебре высказываний.
22. Определение предиката, предметная область и область истинности. Основные логические операции над предикатами.
23. Алфавит и формулы логики предикатов. Примеры предикатов, встречающихся в математике.
24. Определение отношения равносильности предикатов. Законы перестановки кванторов, законы отрицания для кванторов и законы пренесения кванторов через конъюнкцию и дизъюнкцию.
25. Аксиомы исчисления предикатов и правила вывода (МР, конкретизации и обобщения).
26. Математические теории: содержательные (неформальные) теории и их примеры, полуформальные и формальные теории. Алфавит формализованной теории (предметные, предикативные, функциональные буквы и константы, сигнатура).
27. Определение термов и формул формальной теории, система логических и математических аксиом и правил вывода.
28. Формальная теория натуральных чисел. Алфавит (предметные буквы, функциональные буквы, константа нуль, логические операторы и скобки),

- определение термов и формул, система математических аксиом и аксиомная схема индукции. Неполнота системы аксиом.
29. Проблема разрешения и вычислимости. Примеры разрешающих и вычисляемых алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма - точное, понятное предписание, порядок выполнения действий, дискретность, массовость и результативность, конструктивность.
  30. Теории первого порядка. Аксиомы теории и правила вывода. Доказательства в теории.
  31. Характеристики теории непротиворечивости, полнота, разрешимость. Непротиворечивость исчисления предикатов.
  32. Модели теорий. Доказательство теоремы о полноте. Формальная арифметика.
  33. Теоремы Геделя о неполноте. Формализация теории множеств. Программа Гильберта.
  34. Интуитивное представление об алгоритмах. Неформальное понятие алгоритма.
  35. Свойства алгоритмов.
  36. Формы представления алгоритмов. Основные структуры алгоритмов.
  37. Вычислимые функции, разрешимые и перечислимые множества.
  38. Определение машины Тьюринга. Применение машины Тьюринга к словам.
  39. Определение машины Поста. Команды. Примеры программ.
  40. Конструирование машин Тьюринга.
  41. Вычислимые по Тьюрингу функции. Основная гипотеза теории алгоритмов.
  42. Тьюрингов подход к понятию «алгоритм». Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы.
  43. Тьюрингов подход к понятию «алгоритм». Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы.
  44. Нормальные алгоритмы Маркова. Эквивалентность различных теорий алгоритмов.
  45. Рекурсивные функции. Тезис Черча.
  46. Неразрешимые алгоритмические проблемы.
  47. Пример невычислимой функции. Проблема распознавания самоприменимости.
  48. Приложения теории алгоритмов в информатике.
  49. Примеры алгоритмической неразрешимости.
  50. Конечные автоматы.

#### **IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **4.1 Основная литература**

1. Окулов, С. М. Дискретная математика: теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие : [12+] / С. М. Окулов. – 4-е изд., электрон. – Москва: Лаборатория знаний, 2020. – 425 с. : ил. – (Педагогическое образование). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222848> . – Библиогр.: с. 414-415. – ISBN 978-5-00101-684-7. – Текст : электронный.
2. Зюзьков, В.М. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / В.М. Зюзьков ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : Эль Контент, 2015. – 236 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=480935](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=480935) (дата обращения: 01.08.2021). – ISBN 978-5-4332-0197-2. – Текст : электронный.

#### **4.2 Дополнительная литература**

1. Бекарева, Н. Д. Дискретная математика : учебное пособие : [16+] / Н. Д. Бекарева ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 80 с. : табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573763> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3952-4. – Текст : электронный.
2. Перемитина, Т.О. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Т.О. Перемитина ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : ТУСУР, 2016. – 132 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480886> (дата обращения: 01.08.2021). – Библиогр.: с. 130. – Текст : электронный.
3. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / сост. А.Н. Макоха, А.В. Шапошников, В.В. Бережной ; Министерство образования РФ и др. – Ставрополь : Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ), 2017. – 418 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467015> (дата обращения: 01.08.2021). – Библиогр. в кн. – Текст : электронный.
4. Балюкевич, Э.Л. Математическая логика и теория алгоритмов: учебно-практическое пособие / Э.Л. Балюкевич, Л.Ф. Ковалева. – Москва : Евразийский открытый институт, 2009. – 189 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93166> (дата обращения: 01.08.2021). – ISBN 978-5-374-00220-1. – Текст : электронный.

### **V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
---------	------------------------------------	--	-------------

1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http: www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.exponenta.ru">http: www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
3.	<a href="http://lib.elsu.ru">http: lib.elsu.ru</a> <a href="http://WWW.E.LANBOOK.COM">WWW.E.LANBOOK.COM</a>	ЭБС Издательства «ЛАНЬ» – ресурс, предоставляющий online доступ к научным журналам и полнотекстовым коллекциям книг различных издательств.	Работать с ресурсом можно из сети вуза без предварительной регистрации или из любой точки мира, где есть доступ к сети "Интернет", предварительно зарегистрировав свой личный кабинет, находясь внутри сети вуза.
4.	<a href="http://allmath.ru">http: allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
5.	<a href="http://en.edu.ru">http: en.edu.ru</a>	Естественнонаучный портал	Неограниченный доступ

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1.	<a href="http://www.school.edu.ru">www.school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Свободный доступ.
2.	<a href="http://www.krugosvet.ru">http: www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия	Неограниченный доступ
3.	<a href="http://www.iprbookshop.ru">http: www.iprbookshop.ru</a>	Полнотекстовая база электронных изданий, предназначенная для студентов и аспирантов	Доступ к полному тексту изданий на сайте возможен после авторизации, для этого

		разных специальностей. Содержит учебники и учебные пособия, монографии, производственно-практические, справочные издания, периодические издания, а также деловую литературу для практикующих специалистов.	необходимо получить логин и пароль в информационно-библиографическом отделе библиотеки (3 этаж, 308 каб., 2 этаж, 206 а). После получения пароля необходимо пройти личную регистрацию и в дальнейшем работать под своими учетными данными.
4.	<a href="http://vilenin.narod.ru">http: vilenin.narod.ru</a> Mm Books Books.htm	Математическая библиотека, постоянно пополняемое собрание университетских учебников, исследований по математическому анализу, алгебре, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальным уравнениям, математической физике.	Неограниченный доступ

## **VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.