



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### **Б1.О.06.03 ГЕОМЕТРИЯ**

**Направление подготовки:** 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**Направленность (профиль):** Математика и информатика, Экономика

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
<b>Курс</b>	<b>1-2</b>		
<b>Семестр/триместр</b>	<b>1-4</b>		
<b>Лекции</b>	<b>126</b>		
<b>Лабораторные занятия</b>	<b>-</b>		
<b>Практические (семинарские) занятия</b>	<b>126</b>		
<b>в т. ч. практическая подготовка</b>	<b>-</b>		
<b>Форма(ы) промежуточной аттестации</b>	<b>Зачет 1,3 семестры Экзамен 2,4 семестры – 0,6</b>		
<b>Контроль</b>	<b>18</b>		
<b>Иные формы работы</b>	<b>-</b>		
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>161,4</b>		

Всего часов: **432**

Трудоемкость: **12 зачетных единиц**

Разработчик(и) рабочей программы:

кандидат педагогических наук, доцент Л.В. Жук

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### Цели изучения дисциплины:

- формирование личностно-смыслового отношения студентов бакалавриата к геометрии как к учебной дисциплине и науке,
- осознание социальной значимости своей будущей профессии, формирование мотивации к осуществлению педагогической деятельности,
- подготовка к использованию систематизированных теоретических и практических знаний при решении профессиональных задач.

### Задачи изучения дисциплины:

- вооружение конкретными знаниями, умениями, компетенциями, выраженными в готовности преподавать геометрию в общеобразовательной школе и квалифицированно вести элективные курсы по геометрии в профильной школе,
- формирование культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (предметно-содержательный модуль).

**Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения компетенций:**

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- федеральные государственные образовательные стандарты;</li><li>- историю, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем;</li><li>- основы дидактики;</li><li>- современные образовательные технологии, в том числе информационно-коммуникационных технологий.</li></ul>	<b>Знает:</b> элементы векторной алгебры в пространстве; метод координат на плоскости; преобразования плоскости и их приложения к решению задач; линии второго порядка; метод координат в пространстве; векторное и смешанное произведение векторов; плоскости и прямые; поверхности второго порядка; аффинное и евклидово $n$ -мерное пространство; квадратичные формы и квадратики; проективное пространство; методы изображений; основные факты проективной геометрии; общие вопросы аксиоматики; обоснование евклидовой геометрии по Вейлю; длина, площадь, объем; неевклидовы геометрии; элементы топологии; линии и поверхности в пространстве; внутреннюю геометрию поверхности.
	<b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- разрабатывать отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ;</li><li>- использовать информационно-коммуникационные технологии в разработке образовательных программ;</li></ul>	<b>Умеет:</b> складывать, вычитать векторы; умножать вектор на число; находить координаты вектора на плоскости; находить координаты вектора в пространстве; находить скалярное произведение векторов; решать простейшие задачи в координатах; уметь переходить от прямоугольной декартовой системы к полярной и наоборот; решать задачи на различные способы задания прямой и плос-

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- планировать учебные занятия.</li> </ul>	кости; уметь выполнять геометрические преобразования; уметь приводить общее уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду.
	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- приемами разработки программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы;</li> <li>- навыками применения современных образовательных технологий в реальной и виртуальной образовательной среде;</li> <li>- информационно-коммуникационными технологиями: на уровне пользователя; на общепедагогическом уровне; на предметно-педагогическом уровне.</li> </ul>	<p><b>Владеет:</b> приемами решения задач с использованием скалярного, смешанного и векторного произведений векторов; выполнения геометрических построений на плоскости; построения сечения многогранников, конусов и цилиндров; умением уверенно решать задачи, связанные со школьным курсом геометрии.</p>
<b>ОПК-5</b>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- принципы организации контроля и оценивания образовательных результатов обучающихся;</li> <li>- технологии и методы контроля и оценки образовательных результатов;</li> <li>- специальные технологии и методы, позволяющие выявлять и корректировать трудности в обучении.</li> </ul>	<p><b>Знает:</b> элементы векторной алгебры в пространстве; метод координат на плоскости; преобразования плоскости и их приложения к решению задач; линии второго порядка; метод координат в пространстве; векторное и смешанное произведение векторов; плоскости и прямые; поверхности второго порядка; аффинное и евклидово <math>n</math>-мерное пространство; квадратичные формы и квадрики; проективное пространство; методы изображений; основные факты проективной геометрии; общие вопросы аксиоматики; обоснование евклидовой геометрии по Вейлю; длина, площадь, объем; неевклидовы геометрии; элементы топологии; линии и поверхности в пространстве; внутреннюю геометрию поверхности.</p>
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять инструментарий, методы диагностики и оценки показателей уровня и динамики развития обучающихся;</li> <li>- проводить педагогическую диагностику и коррекцию трудностей в обучении.</li> </ul>	<p><b>Умеет:</b> складывать, вычитать векторы; умножать вектор на число; находить координаты вектора на плоскости; находить координаты вектора в пространстве; находить скалярное произведение векторов; решать простейшие задачи в координатах; уметь переходить от прямоугольной декартовой системы к полярной и наоборот; решать задачи на различные способы задания прямой и плоскости; решать задачи с использованием скалярного, смешанного и векторного произведений векторов; определять качественные характеристики топологических пространств; решать задачи на нахождение длины дуги, площади фигур, длины дуги линии, лежащей на поверх-</p>

		ности.
	<b>Владеть:</b> - методами контроля и оценки образовательных результатов (личностных, предметных, метапредметных) обучающихся; - специальными методами, позволяющими выявлять и корректировать трудности в обучении.	<b>Владеет:</b> приемами решения задач с использованием скалярного, смешанного и векторного произведений векторов; выполнения геометрических построений на плоскости; построения сечения многогранников, конусов и цилиндров; умением уверенно решать задачи, связанные со школьным курсом геометрии.

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам.раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
<b>1</b>	<b>Раздел 1. Элементы векторной алгебры в пространстве.</b>	<b>30</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>18</b>
1	Тема 1: Векторы и линейные операции над ними.	6	1	1		4
2	Тема 2: Линейная зависимость векторов.	6	1	1		4
3	Тема 3: Векторное пространство. Примеры векторных подпространств.	6	1	1		4
4	Тема 4: Базис векторного пространства. Координаты вектора в заданном базисе.	6	1	1		4
5	Тема 5: Скалярное произведение векторов.	6	2	2		2
<b>2</b>	<b>Раздел 2. Метод координат на плоскости.</b>	<b>58</b>	<b>24</b>	<b>24</b>		<b>10</b>
6	Тема 6: Аффинная система координат на плоскости. Простейшие задачи в координатах.	9	4	4		1
7	Тема 7: Прямоугольная декартова система координат.	5	2	2		1
8	Тема 8: Преобразование системы координат.	9	4	4		1
9	Тема 9: Угол между векторами на ориентированной плоскости.	5	2	2		1
10	Тема 10: Полярные координаты. Взаимосвязь между полярными и декартовыми координатами.	5	2	2		1
11	Тема 11: Различные способы задания прямой.	10	4	4		2
12	Тема 12: Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении прямой.	5	2	2		1
13	Тема 13: Взаимное расположение двух пря-	5	2	2		1

	мых на плоскости.					
14	Тема 14: Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.	5	2	2		1
<b>3</b>	<b>Раздел 3. Преобразования плоскости.</b>	<b>20</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>8</b>
15	Тема 15: Отображения и преобразования множеств. Группа преобразований множества. Подгруппа группы преобразований.	4	1	1		2
16	Тема 16: Группа движений плоскости. Подгруппы группы движений плоскости. Аналитическое выражение движения.	4	1	1		2
17	Тема 17: Преобразование подобия. Гомотетия. Аналитическое выражение подобия и гомотетии. Группа подобия плоскости и ее подгруппы.	6	2	2		2
18	Тема 18: Аффинные преобразования. Аналитическое выражение.	6	2	2		2
	<b>Итого за 1 семестр</b>	<b>108</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>36</b>
<b>4</b>	<b>Раздел 4. Линии второго порядка.</b>	<b>24</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>8</b>
19	Тема 19: Эллипс, его каноническое уравнение и свойства.	6	2	2		2
20	Тема 20: Гипербола, ее каноническое уравнение и свойства.	6	2	2		2
21	Тема 21: Парабола, ее каноническое уравнение и свойства.	6	2	2		2
22	Тема 22: Общее уравнение линии второго порядка и приведение его к каноническому виду.	6	2	2		2
<b>5</b>	<b>Раздел 5. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.</b>	<b>24</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>8</b>
23	Тема 23: Аффинная система координат в пространстве.	4	1	1		2
24	Тема 24: Деление отрезка в данном отношении.	4	1	1		2
25	Тема 25: Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками.	3	1	1		1
26	Тема 26: Векторное произведение. Вычисление площади треугольника. Условие компланарности 3-ех векторов.	5	2	2		1
27	Тема 27: Смешанное произведение векторов. Вычисление объема тетраэдра.	5	2	2		1
28	Тема 28: Аксиомы Вейля n-мерного аффинного вещественного пространства. N-мерное евклидово пространство.	3	1	1		1
<b>6</b>	<b>Раздел 6. Плоскости и прямые в пространстве.</b>	<b>50,7</b>	<b>20</b>	<b>20</b>		<b>10,7</b>
29	Тема 29: Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости.	10	4	4		2
30	Тема 30: Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + Cz + D$ Взаимное расположение 2-ух и 3- плоскостей.	10	4	4		2

31	Тема 31: Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.	10	4	4		2
32	Тема 32: Различные способы задания прямой.	10	4	4		2
33	Тема 33: Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.	5	2	2		1
34	Тема 34: Угол между прямой и плоскостью.	5,7	2	2		1,7
	Контроль	9				
	Экзамен	0,3				
	<b>Итого за 2 семестр</b>	<b>108</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>26,7</b>
	<b>Раздел 7. Поверхности второго порядка.</b>	<b>26</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>10</b>
35	Тема 35: Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.	6	2	2		2
36	Тема 36: Поверхности вращения.	8	2	2		4
37	Тема 37: Эллипсоиды. Гиперболоиды.	6	2	2		2
38	Тема 38: Параболоиды.	6	2	2		2
<b>8</b>	<b>Раздел 8. Методы изображений.</b>	<b>46</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>26</b>
39	Тема 39: Параллельное проектирование как перспективно-аффинное отображение. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.	6	1	1		4
40	Тема 40: Теорема Польке-Шварца. Изображение многогранников.	6	1	1		4
41	Тема 41: Изображение цилиндра, конуса, шара.	8	2	2		4
42	Тема 42: Аксонометрия. Изображение точек, прямых и плоскостей.	6	1	1		4
43	Тема 43: Позиционные задачи аксонометрии. Полные изображения. Коэффициент неполноты.	6	1	1		4
44	Тема 44: Метрические задачи. Метрически определенное изображение. Понятие о методе Монжа.	14	4	4		6
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>36</b>
<b>9</b>	<b>Раздел 9. Элементы топологии.</b>	<b>32</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>20</b>
45	Тема 45: Топологические пространства. Окрестность точки, база топологии. Топологические подпространства.	6	1	1		4
46	Тема 46: Гомеоморфизмы топологических пространств. Покрытие и разбиение множеств. Отделимость, компактность, связность.	8	2	2		4
47	Тема 47: Метрические пространства. Метризуемые топологические пространства. Многообразия. Понятие о клеточном разложении. Эйлерова характеристика многообразия.	6	1	1		4
48	Тема 48: Ориентируемые и неориентируемые	6	1	1		4

	двумерные многообразия.					
49	Тема 49: Теорема Эйлера для многогранников. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.	6	1	1		4
<b>10</b>	<b>Раздел 10. Линии в евклидовом пространстве.</b>	<b>58</b>	<b>14</b>	<b>14</b>		<b>30</b>
50	Тема 50: Понятие линии. Гладкие линии.	8	2	2		4
51	Тема 51: Касательная к линии.	8	2	2		4
52	Тема 52: Длина дуги. Естественная параметризация.	10	2	2		6
53	Тема 53: Кривизна и кручение линии. Формулы Френе.	10	2	2		6
54	Тема 54: Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.	12	4	4		4
55	Тема 55: Винтовая линия.	10	2	2		6
<b>11</b>	<b>Раздел 11. Поверхности в евклидовом пространстве.</b>	<b>44,7</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>12,7</b>
56	Тема 56: Понятие поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие поверхности.	10	4	4		2
57	Тема 57: Замена параметризации.	6	2	2		2
58	Тема 58: Кривые на гладкой поверхности. Криволинейные координаты.	6	2	2		2
59	Тема 59: Явное уравнение поверхности. Касательная плоскость и нормаль.	10	4	4		2
60	Тема 60: Явное уравнение поверхности. Касательная плоскость и нормаль.	6	2	2		2
61	Тема 61: Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности.	6,7	2	2		2,7
	Контроль	9				
	Экзамен	0,3				
	<b>Итого за 4 семестр</b>	<b>144</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>62,7</b>
	<b>Итого:</b>	<b>432</b>	<b>126</b>	<b>126</b>		<b>161,4</b>

**Очно-заочная форма обучения (не реализуется)**

**Заочная форма обучения (не реализуется)**

### **III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста.

#### **Контрольная работа №1 (1 семестр, очная форма обучения)**

##### **Вариант 1**

1. Уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок  $b=-3$  и образующей с положительным направлением оси абсцисс угол  $\frac{\pi}{6}$ , имеет вид....
2. Разделены ли точки  $A(2,-1)$  и  $B(3,1)$  прямой  $3x - y + 1 = 0$ ?

3. Записать уравнение прямой  $d: \begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = 3 + 2t \end{cases}$  в общем виде.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3,4)$  и параллельной прямой  $x - 2y + 5 = 0$ .
5. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точки  $A(-3,1)$  и  $B(1,2)$ .
6. Определить взаимное расположение прямых  $d_1: \begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = 3 + 2t \end{cases}$  и  $d_2: \begin{cases} x = 7 + t, \\ y = 2 + 9t \end{cases}$  на плоскости.
7. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3,4)$  и перпендикулярной прямой  $x - 2y + 5 = 0$ .
8. Найти координаты точки  $A$ , лежащей на прямой  $2x - 3y + 4 = 0$ , если известно, что расстояние от  $A$  до прямой  $3y = 4x$  равно 2.
9. Найти точку, лежащую в той же полуплоскости относительно прямой, что и точка  $A(\dots)$ .

### Вариант 2

1. Дано общее уравнение прямой:  $12x - 5y - 65 = 0$ . Уравнение этой прямой в отрезках имеет вид....
2. Проходят ли прямые  $d_1: 3x - y + 4 = 0$ ,  $d_2: 2x - y + 1 = 0$ , через одну точку?  
 $d_3: x - y = 0$
3. Записать уравнение прямой  $d: 3x - 4y + 4 = 0$  в параметрической форме.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3,4)$  и параллельной прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}$ .
5. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точки  $A(2,1)$  и  $B(2,-5)$ .
6. Определить взаимное расположение прямых  $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 1 - t \end{cases}$  и  $d_2: \begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 2 + t \end{cases}$  на плоскости.
7. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3,4)$  и перпендикулярной прямой  $\begin{cases} x = 3 + t, \\ y = 4 - 7t \end{cases}$
8. На прямой  $5x - y - 4 = 0$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(1,0)$  и  $B(-2,1)$ .
9. Найти точку, лежащую в той же полуплоскости относительно прямой, что и точка  $A$ .

### Контрольная работа №2

#### (1 семестр, очная форма обучения)

1. Дан треугольник  $ABC$  и произвольная точка  $O$  пространства. Пусть  $M$  – точка пересечения каких-либо двух медиан треугольника:  $\overrightarrow{OA} = \vec{r}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{r}_2, \overrightarrow{OC} = \vec{r}_3$ . Доказать, что  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3)$ .
2. На плоскости даны два вектора  $\vec{u}(2,1), \vec{v}(1,0)$ . Найти коэффициенты разложения вектора  $\vec{a}(9,1)$  по векторам  $\vec{u}(2,1), \vec{v}(1,0)$ .
3. Даны две смежные вершины квадрата  $A(-2,1)$  и  $B(3,3)$ . Найти две другие вершины.
4. Две вершины треугольника  $ABC$  имеют координаты  $A(3,6), B(-3,5)$ . Определить координаты вершины  $C$  при условии, что середины сторон  $AC$  и  $BC$  лежат на разных осях координат.
5. Определить координаты точки, симметричной началу координат относительно прямой  $x - 4y + 17 = 0$ .
6. Написать уравнение прямой, которой принадлежит биссектриса тупого угла между прямыми  $3x - 4y + 12 = 0, 12x + 5y - 7 = 0$ .



7. Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$ .

8. Составить уравнение плоскости, касательной к сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 49$  в точке  $M_0(2, -3, 6)$ .

9. Парабола с параметром  $p = 5$  расположена на плоскости  $OYZ$  так, что директриса совпадает с осью  $OZ$ . Написать уравнение поверхности, образованной вращением параболы вокруг оси  $OZ$ .

10. Привести к каноническому виду уравнение поверхности  $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 - 8x - 18y - 72z + 13 = 0$ .

### Контрольная работа №3 (3 семестр, очная форма обучения)

#### Вариант № 1

1. Родственное соответствие  $f$  задано осью родства  $s$  и парой родственных (соответственных) точек  $M \xrightarrow{f} M'$ . Построить точку, родственную данной точке  $N$ , если точки  $M, M'$  лежат в одной полуплоскости, определяемой осью  $s$ , а точка  $N$  - в другой.

2. Построить ось  $s$  родства  $f$ , если известны три пары родственных точек:

$$\begin{array}{lcl} A & \rightarrow & A \\ f : B & \rightarrow & B' \\ C & \rightarrow & C' \end{array}$$

3. Эллипс  $\gamma$  задан главными диаметрами  $AB$  и  $CD$ . Построить циркулем и линейкой какую-либо точку эллипса  $\gamma$ .

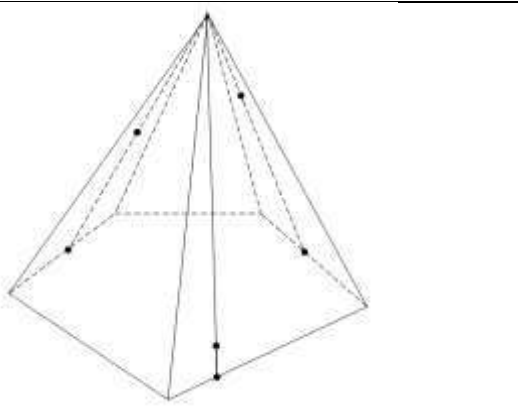
4. Эллипс  $\gamma$  задан своими осями  $AB$  и  $CD$ . Через данную точку  $M$  провести касательные к эллипсу  $\gamma$  циркулем и линейкой.

5. Прямая  $(a, a_3)$  лежит в плоскости  $\sigma'$ , заданной тремя точками  $(A, A_3), (B, B_3), (C, C_3)$ , не лежащими на одной прямой. По заданной прямой  $a$  построить  $a_3$ .

6. Построить следы прямой, проходящей через точки  $(M, M_3), (N, N_3)$ , на аксонометрических плоскостях  $Oxy, Oxz$  и  $Oyz$ .

7. Плоскость  $\sigma'$  задана точками  $(M, M_3), (N, N_3), (K, K_3)$ . Прямая  $c' - (c, c_3)$  пересекает плоскость  $\sigma'$ . Построить точку  $(X, X_3)$  пересечения прямой и плоскости.

8. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками, лежащими по одной в боковых гранях пирамиды.

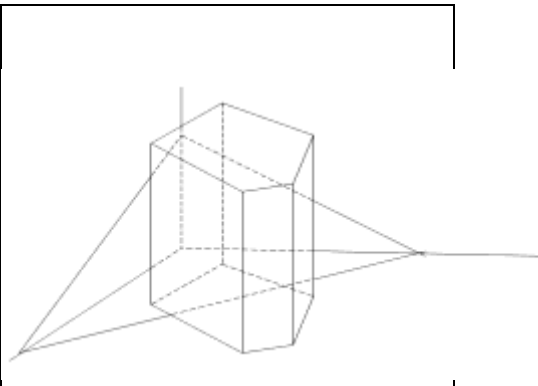


#### Вариант № 2

1. Родственное соответствие  $f$  задано осью родства  $s$  и парой родственных (соответственных) точек  $M \xrightarrow{f} M'$ . Построить точку  $N'$ , родственную данной точке  $N$ , если прямая  $MN$  параллельна оси  $s$ .

2. Родственное соответствие  $f$  задано осью родства  $g$  и парой родственных (соответственных) точек  $M \xrightarrow{f} M'$ . Построить образ данного треугольника  $\triangle ABC$ .
3. По большей оси  $AB$  и точке  $M$  эллипса  $\gamma$  построить его малую ось  $CD$ .
4. Эллипс  $\gamma$  задан своими осями  $AB$  и  $CD$ . Определить точки его пересечения с данной прямой  $l$ , не вычерчивая эллипс  $\gamma$ .
5. Точка  $(X, X_3)$  лежит в плоскости  $\sigma'$ , заданной тремя точками  $(A, A_3), (B, B_3), (C, C_3)$ , не лежащими на одной прямой. По заданной точке  $X_3$  построить точку  $X$ .
6. Плоскость  $\sigma'$  задана следом  $p$  на координатной плоскости  $Oxy$  и точкой  $(P, O)$  пересечения плоскости  $\sigma'$  с осью  $Oz$ . Точка, принадлежащая этой плоскости  $\sigma'$ , задана аксонометрической проекцией  $M$ . Построить ее вторичную проекцию  $M_3$ .
7. Плоскость  $\sigma'$  задана своими следами на координатных плоскостях (треугольником следов  $\triangle PQR$ ). Прямая  $c' = (c, c_3)$  пересекает плоскость  $\sigma'$ . Построить точку  $(X, X_3)$  пересечения этой прямой и плоскости  $\sigma'$ .

8. Дано аксонометрическое изображение пятиугольной призмы, основание которой лежит в плоскости  $O'x'y'$ , а ребра параллельны оси  $O'z'$ . Построить изображение сечения призмы плоскостью, заданной следами на аксонометрических плоскостях.



### Вариант № 3

1. В параллельной проекции построить изображение правильного 5-угольника.
2. Построить изображение правильной шестиугольной призмы.
3. Дано изображение квадрата. Построить изображение описанной около него окружности.
4. Плоскость  $\sigma'$  задана точками  $(M, M_3), (N, N_3), (K, K_3)$ . Прямая  $c' = (c, c_3)$  пересекает плоскость  $\sigma'$ . Построить точку пересечения прямой и плоскости.
5. Треугольник  $ABC$  является изображением треугольника  $A'B'C'$  известной формы. Построить изображение его ортоцентра.
6. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками, лежащими по одной в боковых гранях пирамиды.

### Вариант № 4

1. Построить изображение правильного пятиугольника, вписанного в окружность.
2. Эллипс задан парой сопряженных диаметров  $AB$  и  $CD$ . Построить еще одну пару сопряженных диаметров эллипса, не вычерчивая его.
3. Даны точки  $(A, A_3), (B, B_3), (C, C_3)$  и прямые  $(a, a_3), (b, b_3)$ . Построить изображение линии пересечения плоскостей  $A'B'C'$  и  $(a', b')$ .
4. В плоскости  $\sigma'$  дано изображение  $ABCD$  квадрата, изображение  $MK$  отрезка и  $OX$  луча, лежащих в плоскости квадрата. Построить на луче  $OX$  изображение отрезка  $O'P'$ , в оригинале равного  $M'K'$ .
5. Построить изображение сечения шестиугольной призмы плоскостью, проходящей через сторону основания и точку на боковом ребре.

### Вариант № 5

1. Дано родственное преобразование плоскости. Построить прямые, проходящие через данную точку и принадлежащие главным направлениям родства.
2. В параллельной проекции дано изображение ортонормированного репера  $R' = (O', E'_1, E'_2, E'_3)$ . Плоскость задана ее следами на координатных плоскостях. Построить изображение перпендикуляра, построенного из точки  $O'$  на эту плоскость.
3. Построить изображение сечения четырехугольной пирамиды  $S'A'B'C'D'$  плоскостью  $M'K'P'$ , если  $M' \in S'A', K' \in S'C'D', P' \in S'B'C'$ , методом следа секущей плоскости.
4. В плоскости чертежа дано изображение прямой  $c'$ . Построить изображение  $ABCD$  квадрата  $A'B'C'D'$ , сторона  $A'B'$  которого параллельна прямой  $c'$ , а длина этой стороны равна 2 (в плоскости чертежа дано изображение единичной окружности).
5. Построить сечение цилиндра плоскостью, заданной точкой на его верхнем основании и прямой, принадлежащей плоскости нижнего основания.

### Вариант № 6

1. Дано изображение квадрата. Построить изображение вписанной в него окружности.
2. Дано аксонометрическое изображение пятиугольной призмы, основание которой лежит в плоскости  $O'x'y'$ , а ребра параллельны оси  $O'z'$ . Построить изображение сечения призмы плоскостью, заданной следами на координатных плоскостях.
3. Построить сечение цилиндра плоскостью, заданной тремя точками на его образующих (методом внутренних проектирований).
4. Дано изображение единичной окружности и угла  $ABC$ . Построить изображение его биссектрисы.
5. Дано изображение  $SABCD$  четырехугольной пирамиды  $S'A'B'C'D'$  и точки  $K'$  на ее боковом ребре. Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $K'$ , имеет форму параллелограмма. Построить его изображение.

### Вариант № 7

1. Построить изображение правильного треугольника, вписанного в окружность.
2. Плоскость задана в аксонометрии тремя точками, прямая - аксонометрической и вторичной проекциями. Построить точку пересечения прямой и плоскости.
3. Дано изображение куба. Построить его сечение плоскостью, проходящей через точки  $M'$  и  $K'$ , лежащие по одной в боковых гранях куба, и через точку  $P'$ , лежащую на продолжении одного из боковых ребер (методом следа секущей плоскости).
4. Построить сечение конуса плоскостью, заданной следом на плоскости основания и точкой на боковом ребре.
5. Боковое ребро правильной треугольной призмы  $A'B'C'A_1B_1C_1$  равно стороне основания. Построить изображение перпендикуляра, опущенного из вершины  $A_1$  на плоскость  $A'B_1C_1$ .

### Вариант № 8

1. Построить изображение правильного треугольника, описанного около окружности.
2. Эллипс задан парой сопряженных диаметров. Найти точки пересечения эллипса с данной прямой  $c$ , не вычерчивая эллипс.
3. Дана прямая  $c' = (c, c_3)$ . Построить ее следы на аксонометрических плоскостях.
4. В параллельной проекции дано изображение прямоугольного параллелепипеда  $A'B'C'D'A_1B_1C_1D_1$ , измерения которого относятся, как 1:2:3, и плоскости, пересекающей ребра параллелепипеда, выходящие из вершины  $C$ , в точках  $M', K', P'$ . Построить изображение перпендикуляра, опущенного из точки  $A_1$  на плоскость  $M'K'P'$ .

5. В усеченном параллелепипеде три боковых ребра имеют длины  $a, b, c$ . Определить четвертое ребро и сделать чертеж.

### Вариант №9

1. Построить изображение вписанного в окружность правильного шестиугольника.
2. Одна плоскость задана прямыми  $(a, a_3), (b, b_3)$ , другая -  $(c, c_3), (d, d_3)$ . Построить прямую их пересечения.
3. Плоскость задана следами на аксонометрических плоскостях, прямая - аксонометрической и вторичной проекциями. Найти точку их пересечения.
4. Изобразите куб и его сечение плоскостью, проходящей через середины двух смежных сторон верхнего основания и через центр нижнего основания.
5. Построить сечение шестиугольной призмы плоскостью, проходящей через три точки на боковых гранях.

### Контрольная работа №4 (4 семестр, очная форма обучения)

1. Линия  $\gamma$  задана параметрическими уравнениями:  
 $x = e^t \cos t; y = e^t \sin t; z = e^t; -\infty < t < +\infty$ . Определить класс гладкости линии  $\gamma$  и написать уравнения касательной к линии  $\gamma$  в точке  $t = 0$ .
2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к геликоиду, заданному уравнениями  $x = u \cos v; y = u \sin v; z = bv; b > 0, (u, v) \in R^2$ , в точке  $M_0(u_0, v_0)$ .
3. Найти первую квадратичную форму геликоида  
 $x = u \cos v; y = u \sin v; z = bv; b > 0, (u, v) \in R^2$ .
4. Дана первая квадратичная форма поверхности:  $(ds)^2 = (du)^2 + (u^2 + v^2)(dv)^2$ . Вычислить длину дуги лежащей на поверхности линии  $u = 2t, v = 3$ , от точки  $M(0)$  до точки  $M(1)$ .
5. Вычислить кривизну и кручение кривой  $x = 2t, y = \ln t, z = t^2$  в точке  $M(2, 0, 1)$  этой кривой.
6. Показать, что интервал  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  гомеоморфен числовой прямой, полуинтервал  $[0, \frac{\pi}{2})$  гомеоморфен лучу, а интервал  $(0, \frac{\pi}{2})$  - открытому лучу.
7. Найти эйлерову характеристику сферы  $S$ .

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета, экзамену с использованием следующих оценочных материалов: перечень вопросов к зачету, экзамену.

### Вопросы к зачету (1 семестр, очная форма обучения)

1. Векторы: основные понятия.
2. Линейные операции над векторами.
3. Линейная зависимость векторов.
1. Свойства линейно зависимых и независимых систем векторов.
2. Векторное пространство. Примеры векторных подпространств.
3. Базис векторного пространства. Теорема о разложении вектора в пространстве по трем некомпланарным векторам.
4. Координаты вектора в заданном базисе, их свойства.
5. Скалярное произведение векторов, его свойства.
6. Длина вектора, угол между векторами в ортонормированном базисе.
7. Аффинная система координат на плоскости. Координаты точки.
8. Деление отрезка в данном отношении.

9. Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между двумя точками.
10. Преобразование аффинной системы координат.
11. Угол между векторами на ориентированной плоскости.
12. Полярные координаты. Взаимосвязь между полярными и декартовыми координатами.
13. Различные способы задания прямой.
14. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах в общем уравнении прямой.
15. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
16. Расстояние от точки до прямой.
17. Угол между двумя прямыми.

**Вопросы к экзамену**  
(2 семестр, очная форма обучения)

1. Преобразование множеств. Примеры. Группа преобразований и ее подгруппы.
2. Движения плоскости, свойства движений.
3. Аналитическое выражение движения. Формулы параллельного переноса, поворота, осевой симметрии.
4. Классификация движений первого и второго рода.
5. Преобразование подобия. Аналитическое выражение и простейшие свойства гомотетии. Формулы преобразования подобия.
6. Группа подобия и ее подгруппы.
7. Аффинные преобразования. Аналитическое выражение аффинных преобразований.
8. Перспективно-аффинные преобразования плоскости.
9. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы.
10. Эллипс, его каноническое уравнение и свойства.
11. Гипербола, ее каноническое уравнение и свойства.
12. Парабола, ее каноническое уравнение и свойства.
13. Общее уравнение линии второго порядка и приведение его к каноническому виду.
14. Аффинная система координат в пространстве. Условие компланарности 3-х векторов.
15. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра.
16. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.
17. Аксиомы Вейля  $n$ -мерного аффинного вещественного пространства.  $N$ -мерное евклидово пространство.
18. Различные способы задания плоскости.
19. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости.
20. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
21. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.
22. Различные способы задания прямой в пространстве.
23. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
24. Взаимное расположение прямой и плоскости.
25. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

**Вопросы к зачету**  
(3 семестр, очная форма обучения)

1. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.
2. Конические поверхности. Конические сечения.
3. Эллипсоид. Эллипсоид вращения.
4. Однополостный гиперболоид.
5. Двуполостный гиперболоид.
6. Эллиптический параболоид.
7. Гиперболический параболоид.
8. Центральное проектирование.
9. Параллельное проектирование как перспективно-аффинное отображение.

10. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
11. Теорема Польке-Шварца.
12. Изображение многогранников.
13. Изображение цилиндра.
14. Изображение конуса.
15. Изображение шара.
16. Аксонометрия. Изображение точек, прямых и плоскостей.
17. Позиционные задачи аксонометрии. Полные изображения. Коэффициент неполноты.
18. Метрические задачи. Метрически определенное изображение.
19. Понятие о методе Монжа.
20. Основные задачи в центральной проекции. Перспектива.

**Вопросы к экзамену**  
**(4 семестр, очная форма обучения)**

1. Топологические пространства. Окрестность точки, база топологии, внутренние, внешние, граничные точки.
2. Замкнутые множества. Топологические подпространства.
3. Непрерывность отображений топологических пространств. Гомеоморфизмы топологических пространств.
4. Предмет топологии. Приведение, вложение, погружение топологических пространств.
5. Покрывание и разбиение множеств. Отделимость, компактность, связность.
6. Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия.
7. Понятие об условиях гомеоморфизма компактных двумерных многообразий.
8. Теорема Эйлера для многогранников.
9. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.
10. Векторные функции одного и двух скалярных аргументов и их дифференцирование.
11. Понятие линии. Гладкие линии.
12. Касательная к линии.
13. Длина дуги. Естественная параметризация.
14. Кривизна и кручение линии. Формулы Френе.
15. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации.
16. Винтовая линия.
17. Понятие поверхности в евклидовом пространстве. Гладкие поверхности.
18. Кривые на гладкой поверхности. Криволинейные координаты.
19. Замена параметризации. Якобиан. Явное уравнение поверхности.
20. Касательная плоскость и нормаль.
21. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.
22. Вторая квадратичная форма поверхности.
23. Индикатриса Дюпена.
24. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности.

**IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ**  
**ДИСЦИПЛИНЫ**

**4.1. Основная литература**

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / Д. В. Беклемишев. – 12-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2009. – 309 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040> (дата обращения: 08.10.2022). – ISBN 978-5-9221-0979-6. – Текст : электронный.
2. Кузовлев В.П., Подаева Н.Г. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Текст]: Учеб. пособие/ В.П. Кузовлев, Н.Г. Подаева. – М.: Физматлит, 2012. – 660 с. Электронно-библиотечная система (ЭБС) [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=275554&sr=1](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=275554&sr=1).
3. Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии : учебник /

А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. – Москва : Физматлит, 2004. – 300 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69322> (дата обращения: 08.10.2022). – ISBN 978-5-9221-0442-5. – Текст : электронный.

## 4.2 Дополнительная литература

1. Пихтилькова, О. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: курс лекций : учебное пособие / О. Пихтилькова, С.А. Пихтильков, А. Павленко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Оренбургский государственный университет». - Оренбург : ОГУ, 2015. - 281 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7410-1324-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485374>
2. Сизый, С. В. Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие / С. В. Сизый. – Москва : Физматлит, 2007. – 376 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69328> (дата обращения: 08.10.2022). – ISBN 978-5-9221-0742-6. – Текст : электронный.

## V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Ссылка на информационный ресурс</i>	<i>Наименование разработки в электронной форме</i>	<i>Доступность</i>
<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
<a href="http://www.school.edu.ru">http://www.school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Неограниченный доступ
<a href="http://www.krugosvet.ru">http://www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия, в которой представлен материал по основным математическим терминам, а также биографические данные об известных математиках.	Неограниченный доступ
<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
<a href="http://mathem.h1.ru">http://mathem.h1.ru</a>	Справочная информация по математическим дисциплинам	Неограниченный доступ
<a href="http://allmath.ru">http://allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ

<a href="http://en.edu.ru">http://en.edu.ru</a>	<i>Естественно-научный портал</i>	<i>Неограниченный доступ</i>
---	-----------------------------------	------------------------------

## **VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1.	<a href="http://www.school.edu.ru">www.school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Свободный доступ.
2.	<a href="http://www.garant.ru">www.garant.ru</a>	Гарант.РУ – информационно-правовой портал	Свободный доступ
3.	<a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>	Российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования	Свободный доступ
4.	<a href="http://www.consultant.ru">www.consultant.ru</a>	Российская компьютерная справочно-правовая система	Свободный доступ

## **VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.