

«УТВЕРЖДАЮ»
 Директор Института цифровых
 технологий и математики
 _____ С.А. Рощупкин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.01.ДВ.01.02 Вычислительная математика

Направление подготовки: 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль): Компьютерное моделирование и анализ данных

Квалификация (степень): бакалавр

Форма обучения: очная

Институт: цифровых технологий и математики

Кафедра: математики, информатики, физики и методики обучения

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3		
Семестр/триместр	5		

Лекции	36		
Лабораторные занятия	–		
Практические (семинарские) занятия	36		
в т. ч. практическая подготовка	2		
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет с оценкой		
Контроль	-		
Иные формы работы	–		
Самостоятельная работа	72		

Всего часов: 144

Трудоемкость: 4 зачетных единицы.

Разработчик рабочей программы:

кандидат физико-математических наук, ст. преподаватель К.С. Елецких

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель изучения дисциплины: формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по основам применения численных методов для решения различных задач. Кроме того, целью освоения дисциплины является ознакомить студентов с приближенными методами для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, возникающих при работе с данными и сформировать у студентов практические навыки работы с данными и приближенного решения частых практических задач в области машинного обучения, оптимизации и имитационного моделирования.

Задачи изучения дисциплины:

-формирование навыков в области создания алгоритмов численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники;

-развитие способности понимать логику и смысл вычислительных операций, процедур и методов численного решения математических задач;

-изучение основных методов к постановке и проведению численных и экспериментальных исследований естественнонаучных и научно-технических проблем, разработке теории численных методов, анализу и обоснованию алгоритмов, вопросов, а также разработки численных методов, способствующих повышению эффективности вычислений и отражающих рост производительности современных ЭВМ.

Место дисциплины в структуре ОПОП: реализуется в рамках части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1. Дисциплины (модули).

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции	Индикаторы компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПКС-1 Способен разрабатывать требования и проектировать программное обеспечение	Знать: – возможности существующей программно-технической архитектуры; – методологию разработки программного обеспечения и технологию программирования; – методы и средства проектирования программного обеспечения; – типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения.	Знает: -основные приближенные методы для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, их ограничения и области применения, классы задач вычислительной математики и их постановки, способы построения численных методов, источники ошибок, понимание сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения задач математического анализа и линейной алгебры;

	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – проводить оценку и обоснование рекомендуемых решений; – вырабатывать варианты реализации программного обеспечения; – применять методы и средства проектирования программного обеспечения, структур данных, программных интерфейсов. 	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - реализовывать изученные алгоритмы в программном коде, выделять подзадачи, требующие приближенного численного решения, - конструировать вычислительный алгоритм и реализовывать его, получать и использовать на практике априорные и апостериорные оценки, ориентироваться в математическом аппарате, используемом для построения методов, - работать со справочной литературой, тестировать и проводить сравнительный анализ разных методов решения типовых задач;
	<p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – анализом возможностей реализации требований к программному обеспечению; – навыками распределения заданий между программистами в соответствии с техническими спецификациями; – методами проектирования структур данных; – методами проектирования программных интерфейсов; – навыками осуществления обучения и наставничества. 	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками использования методов приближенного решения, применять их при моделировании реальных ситуаций; - методами приближенного решения, применяет их при моделировании реальных ситуаций.

II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	Раздел 1. Элементы теории погрешностей	24	6	6		12
1	Тема 1. Введение в вычислительную математику. Источники и классификация погрешности.	8	2	2		4
2	Тема 2. Абсолютная и относительная погрешности.	8	2	2		4

3	Тема 3. Прямая задача теории погрешностей. Обратная задача теории погрешностей.	8	2	2	4
	Раздел 2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	30	6	6	18
4	Тема 4. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Метод простой итерации решения СЛАУ. Теорема о сходимости и оценка погрешности.	10	2	2	6
5	Тема 5. Модификации метода итерации: метод Зейделя, метод релаксации. Теоремы о сходимости метода Зейделя.	10	2	2	6
6	Тема 6. Теорема о сходимости стационарных итерационных методов. Ее применение в частных случаях. Метод Рундсона решения СЛАУ. Градиентный метод решения СЛАУ.	10	2	2	6
	Раздел 3. Численные методы аппроксимации табличных функций	48	12	12	24
7	Тема 7. Постановка задачи о решении о приближении табличных функций. Существование и единственность интерполяционного полинома. Сходимость интерполяционного процесса.	10	2	2	6
8	Тема 8. Интерполяционный полином в форме Лагранжа и в форме Ньютона. Оценка погрешности интерполяционного полинома.	14	4	4	6
9	Тема 9. Интерполяционный полином с узлами полиномов Чебышева. Метод наименьших квадратов приближения табличных функций.	10	2	2	6
10	Тема 10. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка. Интерполирование кубическими сплайнами. Естественный интерполяционный кубический сплайн, его минимальные свойства табличных функций.	14	4	4	6
	Раздел 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	42	12	12	18
11	Тема 11. Постановка задачи о численном решении ОДУ. Понятие о сходимости и устойчивости методов численного решения ОДУ. Общая характеристика методов Рунге-Кутты.	14	4	4	6
12	Тема 12. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка, вывод общей формулы, частные случаи. Оценка погрешности методов Рунге-Кутты.	14	4	4	6
13	Тема 13. Методы контроля локальной вычислительной погрешности при решении ОДУ.	10	4	4	6

	Зачет с оценкой					
	Итого за 5 семестр	144	36	36		72
	ИТОГО:	144	36	36		72

**Очно-заочная форма обучения не реализуется
Заочная форма обучения не реализуется**

III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы.

Типовые варианты контрольных работ Контрольная работа №1

1. Вычислить значение функции u и ее предельные абсолютную и относительную погрешности, если известны погрешности ее аргументов. Найти количество верных значащих цифр функции u (в широком и узком смысле). Параметры m и k заданы точно. Данные брать из таблицы.

№	u	x	y	m	k
1	$m \sin(x + ky)$	$3,15 \pm 0,02$	$1,15 \pm 5\%$	2	1,5
2	$m \sin x + \cos(1 + ky)$	$1,25 \pm 0,002$	$1,26 \pm 10\%$	3	1,6

2. Определить корни уравнения графически и уточнить один из них итерационными методами (методом деления отрезка пополам, методом Ньютона, методом простой итерации) с точностью 0,01:

1. $x^3 + 2x + 2 = 0$

2. $x^3 - 2x + 2 = 0$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса или обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -1 \\ 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 8 \end{cases}$$

4. Решить СЛАУ итерационными методами с точностью 0,01 при заданном начальном приближении $(0,7m; 1; 2; 0,5)$:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3m \\ x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = m - 6 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 15 - m \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = m + 2 \end{cases}$$

где m – номер варианта.

5. Решить систему уравнений методом прогонки (или итерационным методом с точностью 0,01):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 0,5x_3 = 0 \\ x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

где m – номер варианта.

Контрольная работа №2

1. Решить систему нелинейных уравнений одним из итерационных методов (методом Ньютона, простых итераций, Зейделя) с точностью 0,01:

$$\begin{cases} \sin(x-1) = 1,3 - y \\ x - \sin(y+1) = 0,8 \end{cases}$$

2. Построить интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона по заданным точкам:

x	1	3	4
y	1	2	1

3. Найти значение функций, заданных таблично при $x=1,1$ с помощью кубического сплайна.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,0	1,0	1,1	0,9	0,9	0,8	1,1	1,0	1,2	1,2	1,1
1,2	2,1	2,2	2,0	1,9	2,0	2,2	2,1	1,8	2,0	1,9
1,4	2,9	3,2	3,0	3,2	2,9	3,2	3,1	3,2	3,0	3,2
1,6	3,8	4,2	3,8	3,8	4,2	4,2	3,8	4,1	3,8	3,8
1,8	5,2	5,2	5,1	5,1	5,2	5,1	5,2	5,2	5,0	4,9
2,0	5,9	6,0	5,8	6,1	5,8	5,9	6,2	6,1	6,1	5,8

4. Вычислить интеграл, используя квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол (Симпсона), при заданном числе интервалов n :

$$\int_{-2}^4 (2x^2 - \sqrt{x+2}) dx \quad n = 6$$

5. Решить задачу Коши методом Эйлера, модифицированным методом Эйлера и методом Рунге-Кутты на заданном отрезке:

$$y' = 3 + 2x - y \quad y(0) = 2, \quad x \in [0; 1], \quad h = 0,2$$

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета с оценкой с использованием следующих оценочных материалов:

Вопросы к зачету с оценкой (5 семестр, очная форма обучения)

1. Источники и классификация погрешности.
2. Абсолютная и относительная погрешности.
3. Прямая задача теории погрешностей.
4. Обратная задача теории погрешностей.
5. Метод ортогонализации решения СЛАУ для матрицы общего вида
6. Характеристика итерационных методов решения СЛАУ
7. Метод простых итераций решения СЛАУ. Теорема о сходимости. Оценка погрешности.
8. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простых итераций решения СЛАУ
9. Модификации метода итераций решения СЛАУ (алгоритмы метода Зейделя, метода релаксации.)
10. Теорема о сходимости и оценка погрешности метода Зейделя.
11. Применение теоремы о сходимости стационарных итерационных процессов для решения СЛАУ с симметричной положительно-определенной матрицей.
12. Градиентный метод решения СЛАУ.
13. Постановка задачи о приближении табличных функций
14. Существование и единственность интерполяционного полинома
15. Интерполяционный полином в форме Ньютона и в форме Лагранжа
16. Конечные разности и разделенные разности и их использование для представления интерполяционного полинома.
17. Оценка погрешности интерполяционного полинома в форме Лагранжа
18. Интерполяционный полином с чебышевскими узлами
19. Приближение табличных функций методом наименьших квадратов
20. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка
21. Интерполирование кубическими сплайнами.
22. Естественный кубический сплайн, его минимизирующие свойства.
23. Постановка задачи численного решения ОДУ.
24. Вычислительная схема для решения ОДУ: сходимость и устойчивость
25. Методы Рунге-Кутты. Общая характеристика.
26. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка. Общая формула.
27. Частные случаи методов Рунге-Кутты 2-ого порядка.
28. Практическое использование методов Рунге-Кутты. Оценка Рунге.

IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Основная литература

1. *Воронов, М. В.* Вычислительная математика : учебник для вузов / М. В. Воронов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 80 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18512-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/568385> (дата обращения: 21.04.2025).

4.2. Дополнительная литература

1. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы : учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов, К. Р. Хабибуллина ; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2018. – 92 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500887> (дата обращения: 21.04.2025). – Библиогр.: с. 88. – ISBN 978-5-7882-2427-5. – Текст : электронный

2. Балабко, Л. В. Численные методы : учебное пособие / Л. В. Балабко, А. В. Томилова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2014. – 163 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436331> (дата обращения: 21.04.2025). – ISBN 978-5-261-00962-7. – Текст : электронный.

V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	http://www.biblioclub.ru	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2	http://www.exponenta.ru	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
3	https://www.matburo.ru/	Справочная информация по математическим дисциплинам	Неограниченный доступ
4	http://allmath.ru	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
5	http://www.e.lanbook.com	Издательство «Лань»	Регистрация через любой

			университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ/
6	<u>ЭБС «Юрайт»</u>	Виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по экономическим, юридическим, гуманитарным, инженерно-техническим и естественно-научным направлениям и специальностям.	<u>biblio-online.ru</u> Доступ после регистрации

VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1	<u>zbMATH</u>	Математическая база данных, охватывающая около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике, информатике, физике, естественным наукам	Доступ свободный <u>zbmath.org</u> Доступ свободный
2	Официальный сайт Министерства экономического развития РФ		<u>http://www.economy.gov.ru</u> и Доступ свободный
3	Федеральный портал «Бюро экономического анализа»	Проведение экспертно-аналитических работ и предоставление консультационных услуг в области экономической политики.	<u>http://www.beafnd.org</u> Доступ свободный

VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.