

«УТВЕРЖДАЮ»
 Директор Института цифровых
 технологий и математики
 _____ С.А. Рощупкин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.01 Алгоритмы и численные методы решения математических задач

Направление подготовки: 10.03.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль): Безопасность компьютерных систем (по отрасли или в сфере профессиональной деятельности)

Квалификация (степень): бакалавр

Форма обучения: очная

Институт: цифровых технологий и математики

Кафедра: математики и методики её преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3		
Семестр/триместр	5		

Лекции	36		
Лабораторные занятия	-		
Практические (семинарские) занятия	36		
в т. ч. практическая подготовка	2		
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет		
Контроль	-		
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	-		

Всего часов: 72

Трудоемкость: 2 зачетных единицы.

Разработчик рабочей программы:

кандидат физико-математических наук, доцент К.С. Елецких

1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель изучения дисциплины: формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по основам применения численных методов для решения различных задач. Кроме того, целью освоения дисциплины является ознакомить студентов с приближенными методами для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, возникающих при работе с данными и сформировать у студентов практические навыки работы с данными и приближенного решения частых практических задач в области машинного обучения, оптимизации и имитационного моделирования.

Задачи изучения дисциплины:

-формирование навыков в области создания алгоритмов численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники;

-развитие способности понимать логику и смысл вычислительных операций, процедур и методов численного решения математических задач;

-изучение основных методов к постановке и проведению численных и экспериментальных исследований естественнонаучных и научно-технических проблем, разработке теории численных методов, анализу и обоснованию алгоритмов, вопросов, а также разработки численных методов, способствующих повышению эффективности вычислений и отражающих рост производительности современных ЭВМ.

Место дисциплины в структуре ОПОП: реализуется в рамках части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1. Дисциплины (модули).

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции	Индикаторы компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПКС-1	Знать: - сущность и понятие информационной безопасности, характеристику ее составляющих, источники угроз и меры по их предотвращению; - методы и средства управления информационной безопасностью, а также основные подходы к разработке, реализации, эксплуатации, диагностике, анализу, сопровождению и совершенствованию систем защиты информации.	Знает: -основные приближенные методы для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, их ограничения и области применения, классы задач вычислительной математики и их постановки, способы построения численных методов, источники ошибок, понимание сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения задач математического анализа и линейной алгебры;
	Уметь:	Умеет:

	<p>- оценивать защищенность, классифицировать основные угрозы, обеспечивать информационную безопасность компьютерных систем, применяя необходимые программ-но-аппаратные средства и системы защиты информации;</p> <p>- принимать управленческие и административные решения в сфере защиты информации.</p>	<p>- реализовывать изученные алгоритмы в программном коде, выделять подзадачи, требующие приближенного численного решения,</p> <p>- конструировать вычислительный алгоритм и реализовывать его, получать и использовать на практике априорные и апостериорные оценки, ориентироваться в математическом аппарате, используемом для построения методов,</p> <p>- работать со справочной литературой, тестировать и проводить сравнительный анализ разных методов решения типовых задач;</p>
	<p>Владеть:</p> <p>- категориальным аппаратом в области обеспечения комплекса мер по администрированию и диагностике систем защиты информации;</p> <p>- правилами, методами, средствами, процедурами управления и администрирования информационной безопасностью объекта.</p>	<p>Владеет:</p> <p>- навыками использования методов приближенного решения, применять их при моделировании реальных ситуаций;</p> <p>- методами приближенного решения, применяет их при моделировании реальных ситуаций.</p>

II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	Раздел 1. Прямые методы решения систем линейных уравнений (СЛАУ)	12	6	6		
1	Тема 1. Постановка задачи о решении СЛАУ. Число обусловленности матриц. Решение простейших СЛАУ.	4	2	2		

2	Тема 2. Теорема о LDR-разложении матрицы, использование разложения и его модификаций для решения СЛАУ. Алгоритм LU-разложения с выбором ведущего элемента.	4	2	2		
3	Тема 3. QR-разложение матрицы и его использование для решения СЛАУ. Матрицы отражения и их свойства. Матрицы вращения и их свойства. QR-разложение с помощью ортогональных матриц (матриц вращения и матриц отражения) для решения СЛАУ	4	2	2		
	Раздел 2. Итерационные методы решения СЛАУ	12	6	6		
4	Тема 4. Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Метод простой итерации решения СЛАУ. Теорема о сходимости и оценка погрешности.	4	2	2		
5	Тема 5. Модификации метода итерации: метод Зейделя, метод релаксации. Теоремы о сходимости метода Зейделя.	4	2	2		
6	Тема 6. Теорема о сходимости стационарных итерационных методов. Ее применение в частных случаях. Метод Рундсона решения СЛАУ Градиентный метод решения СЛАУ.	4	2	2		
	Раздел 3. Численные методы аппроксимации табличных функций	24	12	12		
7	Тема 7. Постановка задачи о решении о приближении табличных функций. Существование и единственность интерполяционного полинома. Сходимость интерполяционного процесса.	4	2	2		
8	Тема 8. Интерполяционный полином в форме Лагранжа и в форме Ньютона. Оценка погрешности интерполяционного полинома.	8	4	4		
9	Тема 9. Интерполяционный полином с узлами полиномов Чебышева. Метод наименьших квадратов приближения табличных функций.	4	2	2		
10	Тема 10. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка. Интерполирование кубическими сплайнами. Естественный интерполяционный кубический сплайн, его минимальные свойств. табличных функций.	8	4	4		

	Раздел 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	24	12	12		
11	Тема 11. Постановка задачи о численном решении ОДУ. Понятие о сходимости и устойчивости методов численного решения ОДУ. Общая характеристика методов Рунге-Кутты.	8	4	4		
12	Тема 12. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка, вывод общей формулы, частные случаи Оценка погрешности методов Рунге-Кутты.	8	4	4		
13	Тема 13. Методы контроля локальной вычислительной погрешности при решении ОДУ.	10	4	4		
	<i>Зачет</i>					
	<i>Итого за 5 семестр</i>	<i>72</i>	<i>36</i>	<i>36</i>		
	ИТОГО:	72	36	36		

Очно-заочная форма обучения

не реализуется

Заочная форма обучения

не реализуется

III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы.

Типовые варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

1. Вычислить значение функции u и ее предельные абсолютную и относительную погрешности, если известны погрешности ее аргументов. Найти количество верных значащих цифр функции u (в широком и узком смысле). Параметры m и k заданы точно. Данные брать из таблицы.

№	u	x	y	m	k
1	$m \sin(x + ky)$	$3,15 \pm 0,02$	$1,15 \pm 5\%$	2	1,5
2	$m \sin x + \cos(1 + ky)$	$1,25 \pm 0,002$	$1,26 \pm 10\%$	3	1,6

2. Определить корни уравнения графически и уточнить один из них итерационными методами (методом деления отрезка пополам, методом Ньютона, методом простой итерации) с точностью 0,01:

$$1. \quad x^3 + 2x + 2 = 0$$

$$2. \quad x^3 - 2x + 2 = 0$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса или обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -1 \\ 4x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 8 \end{cases}$$

4. Решить СЛАУ итерационными методами с точностью 0,01 при заданном начальном приближении $(0,7m; 1; 2; 0,5)$:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3m \\ x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = m - 6 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 15 - m \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = m + 2 \end{cases}$$

где m – номер варианта.

5. Решить систему уравнений методом прогонки (или итерационным методом с точностью 0,01):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 0,5x_3 = 0 \\ x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

где m – номер варианта.

Контрольная работа №2

1. Решить систему нелинейных уравнений одним из итерационных методов (методом Ньютона, простых итераций, Зейделя) с точностью 0,01:

$$\begin{cases} \sin(x-1) = 1,3 - y \\ x - \sin(y+1) = 0,8 \end{cases}$$

2. Построить интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона по заданным точкам:

x	1	3	4
y	1	2	1

3. Найти значение функций, заданных таблично при $x=1,1$ с помощью кубического сплайна.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,0	1,0	1,1	0,9	0,9	0,8	1,1	1,0	1,2	1,2	1,1
1,2	2,1	2,2	2,0	1,9	2,0	2,2	2,1	1,8	2,0	1,9
1,4	2,9	3,2	3,0	3,2	2,9	3,2	3,1	3,2	3,0	3,2
1,6	3,8	4,2	3,8	3,8	4,2	4,2	3,8	4,1	3,8	3,8
1,8	5,2	5,2	5,1	5,1	5,2	5,1	5,2	5,2	5,0	4,9
2,0	5,9	6,0	5,8	6,1	5,8	5,9	6,2	6,1	6,1	5,8

4. Вычислить интеграл, используя квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол (Симпсона), при заданном числе интервалов n :

$$\int_{-2}^4 (2x^2 - \sqrt{x+2}) dx \quad n = 6$$

5. Решить задачу Коши методом Эйлера, модифицированным методом Эйлера и методом Рунге-Кутты на заданном отрезке:

$$y' = 3 + 2x - y \quad y(0) = 2, \quad x \in [0; 1], \quad h = 0,2$$

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета с использованием следующих оценочных материалов:

Вопросы к зачету (5 семестр, очная форма обучения)

1. Постановка задачи о решении СЛАУ. Решение простейших СЛАУ
2. Понятие о числе обусловленности матрицы
3. Решение СЛАУ методами, основанными на триангуляции матрицы системы. Теорема о LDR-разложении. LU-разложение для решения СЛАУ общего вида.
4. LDLT- разложение для симметричной матрицы. Метод квадратного корня решения СЛАУ для симметричной матрицы
5. Методы решения СЛАУ, основанные на QR-разложении
6. QR-разложение с использованием ортогональных матриц отражения и вращения.
7. Метод ортогонализации решения СЛАУ для матрицы общего вида
8. Характеристика итерационных методов решения СЛАУ
9. Метод простых итераций решения СЛАУ. Теорема о сходимости. Оценка погрешности.
10. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простых итераций решения СЛАУ
11. Модификации метода итераций решения СЛАУ (алгоритмы метода Зейделя, метода релаксации.)
12. Теорема о сходимости и оценка погрешности метода Зейделя.
13. Применение теоремы о сходимости стационарных итерационных процессов для решения СЛАУ с симметричной положительно-определенной матрицей.
14. Градиентный метод решения СЛАУ.
15. Постановка задачи о приближении табличных функций
16. Существование и единственность интерполяционного полинома
17. Интерполяционный полином в форме Ньютона и в форме Лагранжа
18. Конечные разности и разделенные разности и их использование для представления интерполяционного полинома.
19. Оценка погрешности интерполяционного полинома в форме Лагранжа
20. Интерполяционный полином с чебышевскими узлами
21. Приближение табличных функций методом наименьших квадратов
22. Понятие о сплайнах. Интерполяционные сплайны первого порядка

23. Интерполирование кубическими сплайнами.
24. Естественный кубический сплайн, его минимизирующие свойства.
25. Постановка задачи численного решения ОДУ.
26. Вычислительная схема для решения ОДУ: сходимость и устойчивость
27. Методы Рунге-Кутты. Общая характеристика.
28. Методы Рунге-Кутты 2-ого порядка. Общая формула.
29. Частные случаи методов Рунге-Кутты 2-ого порядка.
30. Практическое использование методов Рунге-Кутты. Оценка Рунге.

IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Основная литература

1. Орешкова, М. Н. Численные методы : теория и алгоритмы : учебное пособие : [16+] / М. Н. Орешкова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2015. – 120 с. : схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436397> (дата обращения: 18.04.2025). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-01040-1. – Текст : электронный.

2. Формалев, В. Ф. Численные методы : учебник : [16+] / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников. – Москва : Физматлит, 2006. – 399 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69333> (дата обращения: 18.04.2025). – ISBN 5-9221-0479-9. – Текст : электронный.

4.2. Дополнительная литература

1. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы : учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов, К. Р. Хабибуллина ; Министерство образования и науки России, Казанский национальный исследовательский технологический университет. – Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), 2018. – 92 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500887> (дата обращения: 18.04.2025). – Библиогр.: с. 88. – ISBN 978-5-7882-2427-5. – Текст : электронный.

2. Балабко, Л. В. Численные методы : учебное пособие : [16+] / Л. В. Балабко, А. В. Томилова ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2014. – 163 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436331> (дата обращения: 18.04.2025). – ISBN 978-5-261-00962-7. – Текст : электронный.

V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	http://www.biblioclub.ru	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2	http://www.exponenta.ru	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
3	https://www.matburo.ru/	Справочная информация по математическим дисциплинам	Неограниченный доступ
4	http://allmath.ru	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика, олимпиадная математика.	Неограниченный доступ
5	http://www.e.lanbook.com	Издательство «Лань»	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ/
6	<u>ЭБС «Юрайт»</u>	Виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по экономическим, юридическим, гуманитарным, инженерно-техническим и естественно-научным направлениям и специальностям.	biblio-online.ru Доступ после регистрации

VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1	<u>zbMATH</u>	Математическая база данных, охватывающая около 4 000 000 документов, из более 3 000 журналов и 170 000 книг по математике, статистике,	Доступ свободный zbmath.org Доступ свободный
---	---------------	--	--

		информатике, физике, естественным наукам	
2	Официальный сайт Министерства экономического развития РФ		http://www.economy.gov.ru Доступ свободный
3	Федеральный портал «Бюро экономического анализа»	Проведение экспертно-аналитических работ и предоставление консультационных услуг в области экономической политики.	http://www.beafnd.org Доступ свободный

VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- Libre Office и др.

VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.