

  
«УТВЕРЖДАЮ»  
Директор института цифровых  
технологий и математики  
С.А. Рощупкин

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1.ДВ.1.2 НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ДИСЦИПЛИН ПРОФИЛЯ

Шифр и наименование группы научных специальностей: **5.8. Педагогика**  
Шифр и наименование научной специальности: **5.8.2. Теория и методика обучения и воспитания (математика, математика и механика) (начальное общее образование, основное общее образование, среднее общее образование, среднее профессиональное образование, высшее образование, дополнительное образование, профессиональное обучение)**

Форма обучения: очная

Институт цифровых технологий и математики  
Кафедра математики, информатики, физики и методики обучения  
Трудоёмкость в ЗЕТ - 3

Трудоёмкость в часах - 108

Разработчик: доктор педагогических наук, профессор О.А. Саввина

## **Общие положения**

Рабочая программа дисциплины «Научные основы дисциплин профиля» разработана в соответствии с федеральными государственными требованиями, утвержденными приказом Министерства образования и науки высшего образования Российской Федерации от 20 октября 2021 г. № 951.

### **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Цель дисциплины:** углубление математических знаний, а также знаний об основных фактах и закономерностях обучения математике

**Задачи изучения дисциплины:**

- развитие готовности к осуществлению самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области преподавания математики;
- развитие способности к проектированию и реализации преподавательской деятельности в области математики.

### **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ПРОГРАММЫ АСПИРАНТУРЫ**

Дисциплина относится к образовательному компоненту программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### **3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

По окончании изучения дисциплины аспиранты должны:

**знать:**

- современные тенденции развития научного знания в области математики и теории и методики обучения и воспитания (математика);
- основы высшего математического образования и методики преподавания математических дисциплин (модулей) в высшей школе

**уметь:**

- планировать и осуществлять самостоятельную научно-исследовательскую деятельность в области теории и методики обучения и воспитания (математика);

**владеть:**

навыками планирования и выполнения самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области теории и методики обучения и воспитания (математика).

#### 4. СТРУКТУРА, ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Трудоёмкость дисциплины в ЗЕТ – 3 зач.ед.

Трудоёмкость в часах – 108 ч.

##### 4.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоёмкость, академ. часы				
		аудиторные занятия				
		Всего часов	ЛК	ПЗ	ЛБ	Самостоятельная работа
1	Раздел 1. Содержание базового предмета «Алгебра»	35	5	5		25
2	Тема 1. Бинарные отношения. Группы, кольца, поля. Отношения эквивалентности и порядка. Классы эквивалентности. Фактор множества. Группы, кольца, поля: примеры и свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы.	7	1	1		5

3	<p>Тема 2. Поле комплексных чисел.  Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа.  Геометрическое истолкование действий над комплексными числами.  Решение уравнений в поле комплексных чисел.  Функции комплексного переменного.  Простое алгебраическое расширение поля и его строение. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.</p>	7	1	1		5
4	<p>Тема 3. Многочлены от одной и нескольких переменных.  Многочлены от одной переменной над полем.  Теорема о делении с остатком. Теорема Безу.  НОД многочленов и алгоритм Евклида. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Теорема об алгебраической замкнутости поля комплексных чисел и её следствия. Формулы Виета. Многочлены, неприводимые над полем действительных чисел.  Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.</p>	7	1	1		5
5	<p>Тема 4. Векторные пространства.  Примеры и свойства векторных пространств.  Подпространства и фактор пространства. Изоморфизм векторных пространств.</p>	7	1	1		5

<b>6</b>	Тема 5. Системы линейных уравнений. Равносильные системы и элементарные преобразования. Решение системы методом последовательного исключения переменных. Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителей. Правило Крамера для решения системы $n$ линейных уравнений с $m$ переменными.	7	1	1		5
<b>7</b>	<b>Раздел 2. Содержание базового предмета «Геометрия»</b>	<b>21</b>	<b>3</b>	<b>3</b>		<b>15</b>
<b>8</b>	Тема 6. Различные пути аксиоматического построения евклидовой геометрии. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом. Система аксиом плоскости Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости. Интерпретация системы аксиом.	7	1	1		5
<b>9</b>	Тема 7. Измерение геометрических величин. Многогранники. Длина отрезка. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности. Многогранники. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников.	7	1	1		5

10	<p>Тема 8. Геометрические преобразования. Топологические пространства. Многообразия. Геометрические преобразования (группы преобразований). Понятие топологического пространства. Примеры. Подпространства и фактор пространства. Понятие многообразия. Многообразия с краем и без края. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Лист Мебиуса</p>	7	1	1		5
11	<p><b>Раздел 3. Содержание базового предмета «Математический анализ»</b></p>	21	3	3		15
12	<p>Тема 9. Различные способы введения действительных чисел. Множества. Аксиома непрерывности и следствия из нее. Понятие множества. Операции над множествами. Парадоксы, связанные с наивным пониманием множества. Аксиома выбора.</p>	7	1	1		5
13	<p>Тема 10. Метрические и нормированные пространства. Понятие метрического пространства. Примеры. Определение расстояния в пространстве <math>R^n</math> и пространстве непрерывных функций на отрезке. Нормированные линейные пространства. Примеры нормированных линейных пространств. Евклидовы пространства. Примеры. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского. Окрестности точек в</p>	7	1	1		5

<b>14</b>	Тема 11. Предел последовательности в метрическом пространстве. Предел последовательности в метрическом пространстве и его свойства. Последовательности Коши. Полные и неполные метрические пространства. Примеры. Предел и непрерывность отображений метрических пространств. Непрерывность композиции. Дифференцирование отображений нормированных пространств. Производные по направлениям.	7	1	1		5
<b>15</b>	<b>Раздел 4. Содержание базового предмета «Теория чисел и числовые системы»</b>	<b>31</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>17</b>
<b>16</b>	Тема 12. Натуральные числа и их свойства. Натуральные числа и их свойства. Аксиомы Пеано. Метод математической индукции. Бином Ньютона.	9	2	2		5
<b>17</b>	Тема 13. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Алгоритм Евклида и его приложения.	11	3	3		5
<b>18</b>	Тема 14. Расширение понятия числа. Целые числа и их свойства. Построение модели. Рациональные числа и их свойства. Построение модели. Построение модели действительных чисел.	11	2	2		7
	Промежуточная аттестация					
<b>ИТОГО:</b>		<b>108</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>72</b>

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5.1. Текущая аттестация проводится в форме тестовой контрольной работы.

### Типовой вариант тестовой контрольной работы (1 семестр)

**A1.** Если предел функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равен значению функции в этой точке, то функция  $f(x)$  называется

- 1) квадратируемой в точке  $x_0$
- 2) дифференцируемой в точке  $x_0$
- 3) определенной в точке  $x_0$
- 4) непрерывной в точке  $x_0$

**A2.** Если в точке максимума функция дифференцируема, то в этой точке при любом ненулевом приращении аргумента дифференциал функции

- 1) больше нуля
- 2) равен нулю
- 3) меньше нуля
- 4) не существует

**A3.** Множество всех первообразных функции  $f(x)$  на промежутке  $\langle a; b \rangle$  это

1. совокупность обратных функций  $f(x)$
2. определённый интеграл функции  $f(x)$  на промежутке  $\langle a; b \rangle$
3. неопределённый интеграл функции  $f(x)$  на промежутке  $\langle a; b \rangle$
4. сумма функций  $f(x)$

**A4.** Открытый шар в трехмерном евклидовом пространстве является:

- а) отделимым, компактным, связным многообразием;
- б) отделимым, некомпактным, несвязным;
- в) отделимым, некомпактным, связным.

**A5.** Обыкновенная циклоида в трехмерном евклидовом пространстве является:

- а) элементарной гладкой линией класса  $C$  ;
- б) элементарной кусочно-гладкой линией;
- в) простой кусочно-гладкой линией.

**A6.** Декартов лист в трехмерном евклидовом пространстве является:

- а) элементарной гладкой линией класса  $C^1$  ;
- б) элементарной кусочно-гладкой линией;
- в) простой кусочно-гладкой линией;
- г) не является простой линией, т. к. содержит особую точку.

**B1.** Установить соответствие между парами натуральных чисел и их НОД:

1) (176, 18); 2) (25, 165); 3) (280, 64); 4) (32, 204)

А) 5; Б) 2 ; В) 12 ; Г) 4

**B2.** Установите соответствие:

Сходимость несобственных интегралов:

ИНТЕГРАЛ      ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО

- 1) сходится;      А) предел соответствующего ему собственного интеграла не существует;

- Б) предел соответствующего ему собственного интеграла равен бесконечности;
- 2) расходится В) предел соответствующего ему собственного интеграла не существует или равен бесконечности;
- Г) существует конечный предел соответствующего ему собственного интеграла.

**В3.** Установите соответствие между треугольниками на плоскости и уравнениями прямых, содержащих медианы треугольника.

Треугольник:

А) стороны треугольника заданы уравнениями:  $x + 2 = 0$ ,  $x + y + 1 = 0$ ,  $2x - y + 1 = 0$ .

Б)  $A(1,1)$ ,  $B(2,0)$ ,  $C(1,4)$ .

В)  $A(3,1)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(0,0)$ .

Уравнения медиан:

1)  $7x + 5y - 13 = 0$ ,  $2x + y - 3 = 0$ ,  $5x + 4y - 10 = 0$

2)  $3x + 8y - 1 = 0$ ,  $3x + 7y - 1 = 0$ ,  $y = 0$

3)  $4x + y + 5 = 0$ ,  $5x - y + 7 = 0$ ,  $x - 2y + 2 = 0$

**В4.** Среди следующих предложений выбрать те, которые относятся к силлогизму:

А. Если треугольник прямоугольный, то квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Б. У всех параллелограммов противоположные стороны параллельны. Ромб – это параллелограмм.

Следовательно, у ромба противоположные стороны параллельны.

В. Все квадраты – ромбы. Все ромбы – параллелограммы. Следовательно, все квадраты – параллелограммы.

Г. Все квадраты – геометрические фигуры. Некоторые геометрические фигуры – квадраты.

**В5.** Дополните рассуждение. Для доказательства непротиворечивости системы аксиом необходимо и достаточно:

А) построить модель заданной системы аксиом.

Б) доказать, что в ней не противоречащих друг другу аксиом.

В) доказать, что в ней нет эквивалентных предложений.

Г) доказать, что в ней нет предложений эквивалентных пятому постулату Евклида.

**В6.** Установите соответствие между книгой и ее автором.

1) «Элементарная математика с точки зрения высшей»

2) «Интеграл и тригонометрический ряд»

Автор:

А) Ж. Дьедонне

Б) Ф. Клейн

В) Н.Н. Лузин

Г) Н. Бурбаки

**В7.** Дополните определение. Геометрия носит название «элементарной», ес-

ли:

- а) в системе аксиом не используется аксиома непрерывности;
- б) в системе аксиом не используется пятый постулат Евклида;
- в) в системе аксиом отсутствует аксиома Лобачевского.

**В8.** Отметьте, какими различиями обладают система аксиом Д. Гильберта и система аксиом школьного учебника А. В. Погорелова:

- А) Аксиомы А. В. Погорелова более сложны в изложении и понимании;
- Б) Некоторые из аксиом у А.В. Погорелова, в отличие от тех же аксиом Д. Гильберта, вводятся с доказательством, и наоборот;
- В) А. В. Погорелов подразделяет систему своих аксиом на две группы: аксиомы планиметрии и аксиомы стереометрии, в то время как у Гильберта такого подразделения нет;
- Г) У Гильберта нет аксиом движения;
- Д) Аксиомы А. В. Погорелова более просты в изложении и понимании;
- Е) У авторов разное количество используемых аксиом: у Погорелова - 17, у Гильберта – 20;

**С1.** Запишите последовательность изучения разделов математического анализа: А) теория пределов, Б) дифференциальные уравнения, В) интегральное исчисление, Г) дифференциальное исчисление.

5.2. Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачёта с использованием следующих оценочных материалов: вопросы к зачёту.

### **Вопросы к зачету**

#### **(1 семестр, очная форма обучения)**

1. Координаты и векторы в пространстве. Прямоугольная система координат в пространстве. Расстояние между точками в пространстве. Вектор в пространстве. Действия над векторами. Координаты вектора. Уравнения прямой в пространстве, сферы и плоскости.
2. Введение понятий объема и площади поверхности пространственной фигуры. Вывод формул объемов и площадей поверхностей основных пространственных фигур. Использование принципа Кавальери, понятий предела и интеграла при изучении данной темы.
3. Числовые последовательности. Примеры числовых последовательностей. Формирование понятия предела числовой последовательности.
4. Функция. Предел функции и непрерывность. Методика изучения тригонометрических функций, показательной и логарифмической функций. Понятие обратной функции.
5. Элементы дифференциального и интегрального исчисления. Формирование понятия производной. Применение производной к исследованию функций. Формирование понятий неопределённого и определённого интеграла. Приложения интеграла.
6. Группы, кольца, поля. Примеры и свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы.

7. Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Геометрическое истолкование действий над комплексными числами.
8. Решение уравнений в поле комплексных чисел. Функции комплексного переменного.
9. Многочлены от одной переменной над полем. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. НОД многочленов и алгоритм Евклида. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители.
10. Теорема об алгебраической замкнутости поля комплексных чисел и её следствия. Формулы Виета. Многочлены, неприводимые над полем действительных чисел.
11. Многочлены от нескольких переменных. Основная теорема о симметрических многочленах.
12. Системы линейных уравнений. Равносильные системы и элементарные преобразования. Решение системы методом последовательного исключения переменных.
13. Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителей. Правило Крамера для решения системы  $n$  линейных уравнений с  $m$  переменными.
14. Различные пути аксиоматического построения евклидовой геометрии. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом.
15. Система аксиом плоскости Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости. Интерпретация системы аксиом.
16. Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности.
17. Многогранники. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников.
18. Различные способы введения действительных чисел. Аксиома непрерывности и следствия из нее.
19. Понятие множества. Операции над множествами. Парадоксы, связанные с наивным пониманием множества. Аксиома выбора.
20. Понятие метрического пространства. Примеры. Определение расстояния в пространстве  $R^n$  и пространстве непрерывных функций на отрезке.
21. Евклидовы пространства. Примеры. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского.
22. Окрестности точек в метрических пространствах. Открытые и замкнутые множества.
23. Предел последовательности в метрическом пространстве и его свойства.
24. Натуральные числа и их свойства. Аксиомы Пеано.
25. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
26. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
27. Алгоритм Евклида и его приложения.
28. Целые числа и их свойства. Построение модели.
29. Рациональные числа и их свойства. Построение модели.

30. Построение модели действительных чисел.

## **Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине**

### ***Критерии оценивания для зачета***

Оценка «зачтено». Систематическое посещение занятий в течение учебного года - аспирант посетил более 75% аудиторных занятий. В процессе обучения показал заинтересованность в предмете.

Оценка «не зачтено». Пропущено значительное количество занятий без уважительной причины - аспирант посетил менее 75% аудиторных занятий. В процессе обучения не проявил интереса к предмету.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Основная литература**

1. Асланов, Р.М. Математический анализ: краткий курс / Р.М. Асланов, О.В. Ли, Т.Р. Мурадов ; Московский педагогический государственный университет, Международная академия наук педагогического образования. – Москва : Прометей, 2014. – 284 с. : схем., ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426687> (дата обращения: 01.05.2025). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-99058886-5-3. – Текст : электронный.

2. Воеводин, В.В. Линейная алгебра : учебное пособие / В.В. Воеводин ; ред. Т.И. Кузнецова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Наука, 1980. – 400 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450129> (дата обращения: 01.05.2025). – Текст : электронный.

### **6.2. Дополнительная литература**

1. Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. – Москва : Евразийский открытый институт, 2011. – 279 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645> (дата обращения: 01.09.2022).

2. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. - Москва : МЦНМО, 2011. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299> (дата обращения: 01.09.2022).

### 6.3. Электронные образовательные ресурсы

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://mathedu.ru">http://mathedu.ru</a>	Математическое образование: прошлое и настоящее (сайт с ЭБ, включающей дореволюционные источники, литературу советского периода)	Неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
3.	<a href="http://www.problems.ru">http://www.problems.ru</a>	Задачи по математике. База данных задач по всем темам школьной математики. Задачи разбиты по рубрикам и степени сложности. Ко всем задачам приведены решения	Неограниченный доступ

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.